

# Über die Turbulenzfleckbildung<sup>1)</sup>

Manfred Hackeschmidt

## 0. Einleitung

Die zuverlässige Berechnung des Übergangs von der laminaren in die turbulente Grenzschicht mittels eines hinreichend repräsentativen mathematischen Modells setzt umfassende Kenntnisse vom intermittierenden Charakter der transienten Grenzschicht voraus. Dazu zählt derjenige Wandabstand, bei dem mit größter Wahrscheinlichkeit eine selbsterregte Schwingung der Störungsbewegung zur Wirbelbildung führt. Es muß weiterhin bekannt sein, wie sich die Form des drehungsbehafteten Kerns eines Wirbelballens stromabwärts ändert, um Aussagen über das dreidimensionale Strömungsfeld eines Turbulenzflecks machen zu können. Schließlich interessieren noch die Bedingungen, unter denen ein Turbulenzflecken birst.

Im folgenden werden einige Ausführungen zur Problematik der Entstehung und Entwicklung von Turbulenzfleckens sowie eine Vorstellung über die mathematische Modellierung derselben gegeben. Die Betrachtungen beziehen sich auf die Grenzschicht der längsangeströmten ebenen Platte.

Zum Zwecke einer akzeptablen Modellfindung werden bewußt sehr elementare Modellvorstellungen und Abschätzungen vorgenommen.

### 0.1. Verwendete Symbole:

$c_i$	$ms^{-1}$	Imaginarteil der Phasengeschwindigkeit einer Welle
$c_r$	$ms^{-1}$	Realteil der Phasengeschwindigkeit einer Welle
$F$	$s^{-1}$	Turbulenzfleck-Berstfrequenz
$F_0$	1	Fouriersche Zeit (Tafel 5)
$I$	1	normiertes Impuls-Lauflängenintegral, Gl. (2.3/3)
$n$	$m$	wandparallele Koordinate quer zur Strömungsrichtung
$r$	$m$	Halbmesser
$Re_s$	1	$Re_s = w_\infty s / \nu$ Reynoldszahl
$Re_{\delta^*}$	1	$Re_{\delta^*} = w_\infty \delta^* / \nu$ Reynoldszahl
$s$	$m$	Koordinate längs der Wand = Lauflänge
$t$	$s$	Zeit
$Tu$	1	Turbulenzgrad
$v_*$	$ms^{-1}$	Schubspannungsgeschwindigkeit
$w$	$ms^{-1}$	örtliche Geschwindigkeit
$w'$	$ms^{-1}$	Fluktuationsgeschwindigkeit

$w_\infty$	$ms^{-1}$	ungestörte Anströmgeschwindigkeit
$y$	$m$	Koordinate normal zur Wand = Wandnormalen-Koordinate
$\alpha$	$m^{-1}$	$\alpha = 2\pi/\lambda$ Wellenhäufigkeit
$\{\alpha\}$	1	Wellenzahl
$\beta_1$	$s^{-1}$	Imaginarteil der Kreisfrequenz; $\beta_1 < 0$ : Dämpfung $\beta_1 = 0$ : zeitlich gleichbleibende Störung $\beta_1 > 0$ : Anfachung
$\beta_r$	$s^{-1}$	Realteil der Kreisfrequenz
$\delta$	$m$	Grenzschichtdicke
$\delta^*$	$m$	Verdrängungsdicke
$\epsilon$	rad	Winkel bezüglich der Hauptströmungsrichtung
$\eta$	1	Ähnlichkeitsinvariante der affinen Wandnormalen – Koordinatentransformation
$\lambda$	$m$	Wellenlänge
$\nu$	$m^2s^{-1}$	kinematische Viskosität

$$\dots = \frac{1}{\Delta t} \int_{\dots} \dots dt \text{ Zeitmittelwert}$$

### Indizes:

AA	Abtraganfang
Gr	Wellengruppe
ind.	indifferent
min	Minimalwert (Vgl. Bild 3 unten)
n	quer zur Strömungsrichtung und wandparallel
Ph	Phase
R	Rezirkulationsgebiet (Vgl. Bild 2)
SN, Sn	Status nascendi
s	in Strömungsrichtung
turb	turbulent
Ü	laminar-turbulentes Übergangsgebiet
ÜA	Anfang des laminar-turbulenten Übergangs
ÜE	Ende des laminar-turbulenten Übergangs
W	Wand
Wi	Wirbel

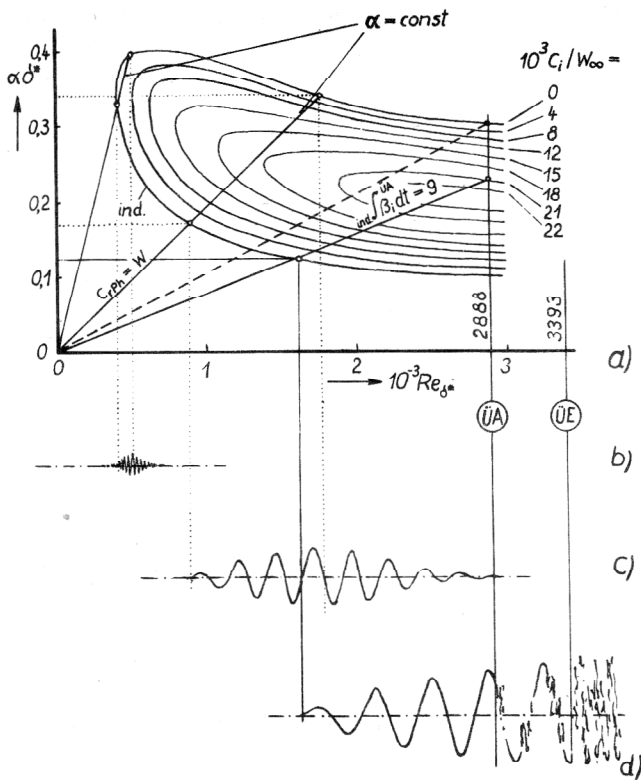
## 1. Zur Entstehung der Turbulenzfleckens

Erkenntnisse über den wahrscheinlichen Entstehungsort von Turbulenzfleckens lassen sich einerseits aus Ergebnissen der Stabilitätstheorie laminarer Strömungen, andererseits auch aus einschlägigen neueren Experimenten an der längsangeströmten ebenen Platte gewinnen.

### 1.1. Ergebnisse der Stabilitätstheorie

Die Stabilitätstheorie der laminaren Strömung hat bekanntlich die Abhängigkeit der Wellenzahl und der Kreis-

1) Erweiterte Fassung des Vortrags „Eine Modellvorstellung vom Turbulenzfleckens“, gehalten auf dem Umlaufkolloquium über Probleme der Turbulenz vom 17. bis 19. 12. 1981 in Berlin, veranstaltet vom Institut für Mechanik der AdW der DDR (Prof. Dr.-Ing. habil. M. Hoffmeister und Dr. rer. nat. G. Seifert).



**Bild 1**

- a) Anfachungskurven für die Grenzschicht an der längsgerichteten ebenen Platte nach S.F. Shen (zit. in [3], S. 445)
- b) und c) schematische Darstellung von Störungswellen, die nach dem Passieren des Anfachungsgebietes wieder schwächer werden
- d) schematische Darstellung von Störungswellen, die bis zum Anfang des laminar-turbulenten Übergangs ÜA ununterbrochen angefacht werden

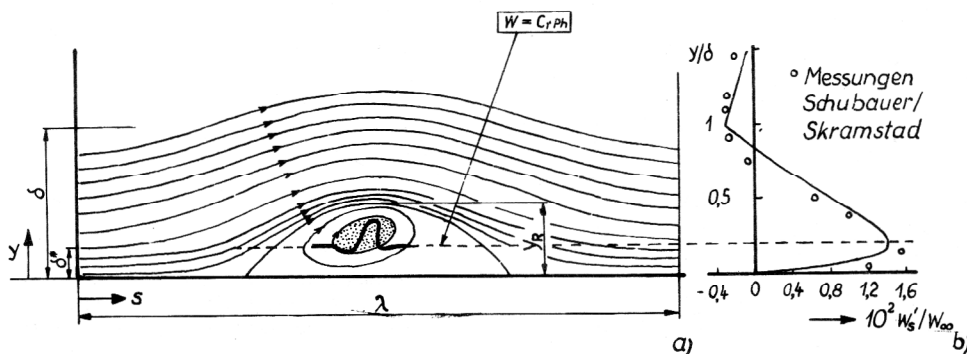
frequenz einer zweidimensionalen Störungsbewegung von der Längskoordinate (Lauflänge auf der Wand) mit der Anfachungsgröße als Parameter geliefert, so daß das Verhalten verschiedener Störungswellen verfolgt werden kann. Im Bild 1a) sind z. B. Geraden für drei verschiedene große Wellenlängen eingezeichnet, die sich längs der Lauflänge nicht ändern mögen. Danach neigen kurze

**Bild 2**

- a) Stromlinienfeld einer neutralen Schwingung in der Grenzschicht an der längsgerichteten ebenen Platte nach H. Schlichting ([3], S. 446)
- b) Verteilung der zugehörigen relativen Längsschwanggeschwindigkeit und Meßwerte nach G.B. Schubauer und H.K. Skramstad [5] (zit. in [3], S. 452)

$$Re_s = w_\infty \delta^* / \nu = 893 \quad Re_s = 2,69 \cdot 10^5 \quad \alpha \delta^* = 0,174 \quad \alpha \nu / w_\infty = 1,95 \cdot 10^{-4}$$

$$\lambda / \delta^* = 40 \quad \lambda / \delta = 14,08 \quad \lambda / y_R \approx 16,7 \quad C_{r,ph} / w_\infty = 0,325 \quad \int_0^\delta \sqrt{w_x^2} dy / w_\infty \delta = 0,172$$



Störungswellen früher zum indifferenten Verhalten als lange. Die Anfachung kleiner Wellen währt aber nur auf einer verhältnismäßig kurzen Strecke, Bilder 1b) und 1c), so daß diese Wellen vor Erreichen des experimentell gefundenen Übergangsanfangpunktes ÜA wieder schwächer werden und folglich nicht direkt zum Entstehen von Turbulenzflecken führen können. Das gilt auch für das im Bild 2a) dargestellte Stromlinienfeld einer neutralen Schwingung, das dem im Bild 1c) angezeigten Zustand entspricht. Obgleich hier ein kritischer Wandabstand existiert, bei dem die Phasengeschwindigkeit der Schwingung gleich der Geschwindigkeit der Hauptströmung ist, und sich ein Gebiet mit in sich geschlossenen Stromlinien abzeichnet, besteht hier noch infolge der Zähigkeitswirkung ein „regulärer Verlauf der Störungsgeschwindigkeit“ ([4], S. 108). Zur Bestätigung der Theorie der kleinen Schwingungen benutzten G.B. Schubauer und H.K. Skramstad ein 0,05 mm dünnes Metallband, das sie in einem Wandabstand von 0,15 mm angeordnet und durch das sie Wechselstrom hindurchgeschickt hatten ([5], vgl. auch [2], S. 340), Bild 2b). Es handelt sich hierbei um eine fremderregte Schwingung im Inneren der laminaren Grenzschicht bei verschwindender Turbulenz der Außenströmung. Wie aber die Bilder 1a) und 1c) ausweisen, ist deren Frequenz für eine selbsterregte Schwingung in der Grenzschicht der längsgerichteten Platte nicht repräsentativ. Dafür kommen nur solche Schwingungen in Betracht, deren Geraden unterhalb der im Bild 1a) gestrichelt eingezeichneten Geraden liegen. Nur längs dieser Geraden und unterhalb von ihr werden Störungswellen bis zum Übergangsanfang ÜA angefacht, so daß nach Überschreiten dieser Lauflänge Intermittenz, Bild 1d) und somit Turbulenzflecken nachweisbar sind.

### 1.2. Instabile Störungswellen mit größter Energieübertragung

Aus der Menge der Störungswellen (1.1)2), die bis zum Übergangsanfang ÜA fortwährend angefacht werden

- 2) Die Ziffer vor dem Punkt verweist auf die jeweilige Tafel, d. h. sie gibt die Tafelnummer an; die Ziffer hinter dem Punkt verweist auf die Gleichungszeile dieser Tafel. Eine weitere Ziffer hinter einem folgenden Schrägstrich gibt dasjenige Beziehungszeichen in einer Gleichungszeile an das durch Abzählen von links nach rechts gefunden wird.

können, vermag nur diejenige bzw. ein nur schmales Band derjenigen Wellen Turbulanzflecken zu naszieren, die am meisten Energie der Hauptströmung entziehen. Im Status nascendi eines Turbulenzfleckens entsteht in unmittelbarer Umgebung desselben ein relativ stabiler Zustand, der im Energiespektrum unmittelbar benachbarte, meist etwas energieärmere Wellen nicht zugleich zum Gebären weiterer Turbulenzflecken kommen läßt. Es wird demnach diesbezüglich bevorzugte Störungswellen geben.

### Tafel 1

Neutrale Schwingung mit Neigung zu großer Energieübertragung bei kleinstem Wandabstand;  $Tu \leq 0,1\%$  (gültig für die längsangeströmte ebene Platte)

$$1,06 \cdot 10^{-4} < \alpha \nu / w_{\infty} < 3,5 \cdot 10^{-5} \quad (1)$$

$$y_{\min} / \delta = 0,0161; \quad w / w_{\infty} = 0,0261; \quad (2)$$

$$y_{\min} / \lambda = 9,2 \cdot 10^{-4} \quad (2)$$

$$Re_{s \text{ ind}} = 8,9 \cdot 10^5; \quad Re_{\delta^* \text{ ind}} = 1,62 \cdot 10^3 \quad (3)$$

$$\alpha \nu / w_{\infty} = 7,75 \cdot 10^{-5}; \quad \alpha \delta^* = 0,1258 \quad (4)$$

$$\lambda_s / s_{\text{ind}} = 0,091; \quad \lambda_s / \delta^* \approx 50; \quad \lambda_s / \delta = 17,5 \quad (5)$$

$$c_{rPh} / w_{\infty} \approx 0,29; \quad c_{rGr} / w_{\infty} \approx 0,35 \quad (6)$$

Die einer Wellenbewegung innewohnende Energie ist bekanntlich dem sie enthaltenden Impulsstrom proportional [6]. Dasselbe gilt für die durch Anfachung auf die Welle übertragene Energie; deren entsprechender Impulsstrom ist dem Lauflängeintegral (2.3/3)<sup>3</sup> über die ima-

### Tafel 2

Ermittlung des Wandabstandes für instabile Störungswellen nach dem Integral von R. Michel

$$\int_{\text{ind.}} \beta_i dt = 9; \quad \beta_i = c_i \alpha \quad (1)$$

$$w = \frac{ds}{dt}; \quad \alpha \neq \alpha(s); \quad w = \text{const} \quad (2)$$

$$\frac{w}{w_{\infty}} = \frac{1}{9I} \frac{\alpha \nu}{w_{\infty}} \leq 1; \quad I = \int_{\text{ind.}} \frac{c_i}{w_{\infty}} dRe_s; \quad Re_s = \frac{w_{\infty} s}{\nu} \quad (3)$$

$$\frac{y}{\delta} = \frac{\eta}{4,91755}; \quad \eta = \frac{y}{s} \sqrt{Re_s}; \quad \eta = \frac{1}{0,33206} \frac{w}{w_{\infty}} < 0,2 \quad (4)$$

### Tafel 3

Verhältnis der Wellenlängen längs und quer zur Hauptströmungsrichtung der instabilen Störung am Anfang des Übergangsbereiches ÜA

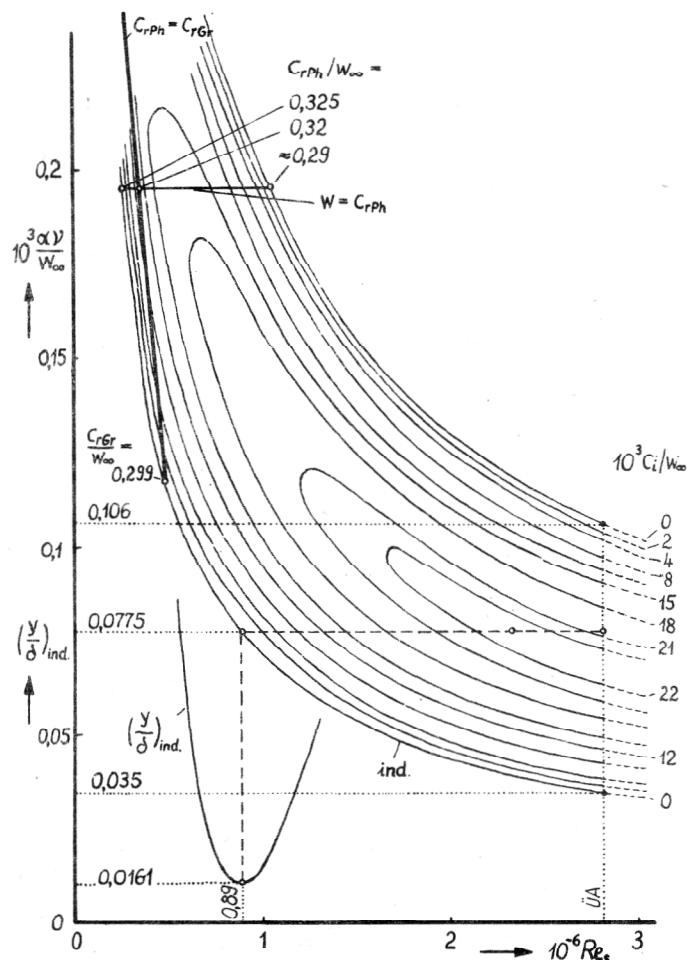
Experiment	Theorie	
$Tu = 3,8\%$	$Tu \leq 0,1\%$	(1)

$$(\lambda_n v_{*w} / \nu)_{\text{ÜA}} = 50 \quad (2)$$

$$\lambda_s / \lambda_n \approx 4 \dots 5 \quad \lambda_s / \lambda_n = 4,84; \quad \alpha = 2\pi / \lambda_s \quad (3)$$

3) Dieses Integral entspricht in seinem Aufbau jenem, das für den Impulsstrom in der wandparallelen Ebene des Kontrollraumes der Grenzschicht zu bilden ist [7], (S. 84).

ginäre Anfachungsphasengeschwindigkeit proportional. Man kann dafür auch das Zeitintegral (2.1/1) über die Anfachungsgröße (den negativen Imaginärteil der Kreisfrequenz) bilden, für das R. Richel den Zahlenwert 9 gefunden hat [8]. Diese Kennzahl haben A.M.O. Smith und I.L. van Ingen bestätigt (zit. in [3], S. 468 und 469). Zur Umformung des Integrals (2.1/1) in die Form (2.3/3) dienen die Beziehungen (2.1/2), (2.2) und (2.3/4). Damit erhalten wir die Formel (2.3/1) zur Bestimmung der zugehörigen Hauptströmungsgeschwindigkeit und unter Verwendung der Rechenergebnisse von L. Howarth für die laminare Grenzschicht an der längsangeströmten ebenen Platte (zit. in [3] S. 119) die Beziehungen (2.4) für den zugehörigen Wandabstand. Das Ergebnis der Berechnung zeigt Bild 3 unten. Es existiert ein minimaler Wandabstand, bei dem die in den Zeilen (2) bis (6) der Tafel 1 angeführten Zahlenwerte gelten. Hierzu gehören Bild 1d) und die unterste (ausgezogene) Gerade im Bild 1a). Die Realteile von Phasen- und Gruppengeschwindigkeit (1.6) unterscheiden sich hier nur wenig voneinander. Die Phasengeschwindigkeit ist sogar etwas größer als jene, was für die Existenz einer ausgezeichneten Störungswelle bzw. einer sehr schmalen zugehörigen Bandbreite spricht, die fähig ist, größtmögliche Energie von der Hauptströmung aufzunehmen.

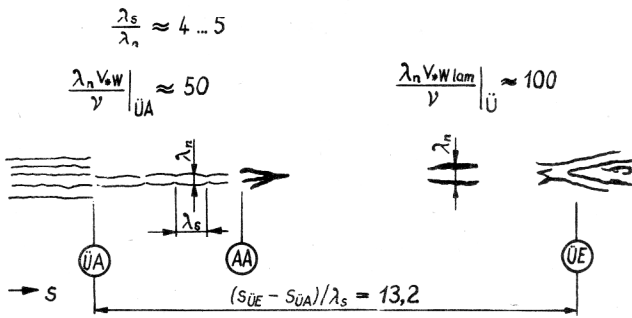


**Bild 3**

Anfachungskurven entsprechend Bild 1 mit anderen Bezugsgrößen für die Veränderlichen und relativer Wandabstand der Störungswellen im unteren Indifferenzpunkt nach den Gln. (3) und (4) der Tafel 2

### 1.3. Dreidimensionale instabile Störung

Bei Abtragversuchen einer Ruß-Öl-Petroleum-Schicht auf der längsangeströmten ebenen Platte zeigte sich bei großer Turbulenz der Außenströmung im Bereich der zur Instabilität neigenden laminaren Grenzschicht eine streifenartige Maserung [9], Bild 4 (Markierungen sol-



**Bild 4**  
„streaks“ und „spot-prints“ nach einem Experiment von M. Rößler, vgl. [9], gezeichnet nach der Fotografie als Bild 1 in [15]

cherart werden im Englischen „streaky structure“ genannt). Bis zum Anfang  $\dot{U}A$  des Grenzschichtübergangs von der laminaren in die turbulente Form nach [15] liegen diese Streifen (streaks) sehr dicht beieinander, danach verbleiben nur noch einige von ihnen. Sie treten z. T. paarweise auf und lassen einen leicht welligen Verlauf erkennen. Es hat den Anschein, als ob bereits Wirbel mit Längsachsen bestünden. Das Verhältnis der Längswellenlänge zum Streifenabstand beträgt hier unter der experimentellen Bedingung (3.1/1): 4 bis 5, (3.3/1). Dieser Streifenabstand läßt sich aber auch als die Wellenlänge einer stehenden Querwelle deuten. Die mit Schubspannungsgeschwindigkeit und kinematischer Viskosität dimensionslos gemachte (kleinste) Querwellenlänge (3.2) beträgt hier etwa 50. Wir wollen diese Kennzahl Streakzahl nennen.

Nimmt man nun an, daß im Hinblick auf den sehr kleinen relativen Wandabstand (1.2/1) diese Kennzahl (3.2) unabhängig vom Turbulenzgrad der Außenströmung ist, so ergibt sich unter Verwendung der bezogenen Wellenzahl (1.4/1) mit der Definition für die Wellenhäufigkeit [11], (3.3/3), für das Verhältnis der Wellenlängen längs und quer zur Hauptströmungsrichtung der Wert (3.3/2). Er liegt in dem experimentell gefundenen Wertebereich (3.3/1).

Dieser Wert des Wellenlängenverhältnisses charakterisiert mithin die instabile dreidimensionale Störung am Beginn des Grenzschicht-Übergangsgebietes; d. h. an der Stelle, an der erste Turbulenzflecken entstehen können. Winkel der örtlichen Abweichung der Strömung von der Hauptströmungsrichtung von etwa  $37^\circ$  bis  $40^\circ$  deuten sich periodisch zwischen den Orten  $\dot{U}A$  und  $AA$  im Bild 4 an.

Der Wandabstand der kritischen Wellenkonfiguration scheint sich überwiegend kurz vor dem Übergangsbeginn zu vergrößern, d. h. diese Wellenkonfiguration neigt zum Ausbrechen aus der betrachteten wandparallelen Ebene. Die „streaks“ enden, und danach entstehen hufartige Abdrücke, Bild 4 Mitte, die auf die Existenz von Turbulenzflecken verweisen.

## 2. Zum Strömungsfeld des Turbulenzfleckens

Für die Modellierung des Turbulenzfleckens ist der Geburtszustand desselben entscheidend.

### 2.1. Der Status nascendi ( $S_n$ )

Nach der Theorie der kleinen Schwingungen ändert sich der Realteil der Phasengeschwindigkeit (1.6/1) während des Anfachens fast nicht, der Wert der Gruppengeschwindigkeit nähert sich hingegen demjenigen dieser Phasengeschwindigkeit, (4.1/3), so daß es nicht ausgeschlossen ist, daß bei dreidimensionaler Störung in der Schicht mit dem Abstand (1.2/1) die Voraussetzung zur Bildung von Schwebungen bestehen kann. Die Amplitude der Gruppenwelle ist bekanntlich doppelt so groß wie diejenige der beteiligten Einzelwellen. Es entsteht eine Diskontinuitätsfläche parallel zur Wandebene, wie sie bereits 1904 L. Prandtl beschrieben hat (vgl. [12], S. 500 ff).

Wie im Abschnitt 2.2 noch dargelegt wird, braucht aber die Schwebungserscheinung nicht unbedingt in der energiereichsten Schwingungsschicht gemäß dem Wandabstand (1.2/1) aufzutreten; sichere Voraussetzungen dazu bestehen in derjenigen wandentfernteren Schicht, die den Bildern 1c und 2 zugrunde liegt, denn hier gibt es Wellen, deren (Realteil der) Phasengeschwindigkeit gleich der Gruppengeschwindigkeit ist.

Wir können folgende Werte des in der Längs-Wandnormalenebene sich ausbildenden Wirbels, des Zentralwirbels vom Turbulenzflecken, abschätzen. Im Status nascendi entsteht mit der Phasengeschwindigkeit im Bezug auf die Wandebene ein Ansatz der Drehung, welche mit derjenigen des Festkörperwirbels vergleichbar ist. Mittels des dafür gültigen Zahlenwertes (4.1/2) für die laminare Wirbelbewegung [13] und des Zahlenwertes (1.6/1) für die Phasengeschwindigkeit ergeben sich für den Wandabstand des Zentralwirbels im Status nascendi die Werte (4.2). Der sich vergrößernde Wandabstand (4.2/1) steht im Einklang mit der oben beschriebenen Erscheinung des Ausbrechens der kritischen Wellenkonfiguration aus der wandparallelen Ebene mit dem Wandabstand gemäß dem Wert (1.2/1).

### 2.2. Der inturbide Zentralwirbel

Nehmen wir nun an, daß zwischen Wellenlänge und Wirbelkerndurchmesser Gl. (4.3/1) gilt, dann ergeben sich unter Verwendung der Zahlenwerte (1.5/1) und (1.5/2) der relativen Wellenlänge die Zahlenwerte (4.3/2) und (4.3/3) für den Wirbelkernhalbmesser.

#### Tafel 4

AbSchätzung der Werte des Zentralwirbels im Status nascendi ( $S_n$ )

$$Re_{Wi} = \frac{c_r Ph S_n \gamma W_i}{\nu}; \quad Re_{Wi \min} \approx 30; \quad c_r Gr \dot{U}A \rightarrow c_r Ph \quad (1)$$

$$\gamma W_i S_n / \gamma_{\min} \approx 1,4; \quad \gamma (W_i S_n) / w_\infty = 0,0362 \quad (2)$$

$$\lambda / r_{Wi S_n} \approx 2\pi; \quad r_{Wi S_n} / \gamma_{\min} = 43,3; \quad r_{Wi S_n} / \delta = 0,696 \quad (3)$$



$$Re_{Wi} = \frac{w'_{Wi} r_{Wi}}{\nu}; \quad w'_{Wi}/w_{\infty} \approx 4,7 \cdot 10^{-3}; \quad (4)$$

$$w'_{Wi}/w(r_{Wi} Sn) \approx 5,1 \cdot 10^{-3}$$

$$Re_{Wi} = \frac{w_{\infty} r_{Wi} Sn}{\nu}; \quad Re_{Wi} = 5,7 \cdot 10^3 \text{ turbulent} \quad (5)$$

$$c_{rPh} = w : \frac{c_{rPh}}{w_{\infty}} \approx 0,325; \quad \frac{y(c_{rPh} = w)}{\delta} = 0,216; \quad (6)$$

$$\frac{r_{Wi} Sn}{y(c_{rPh} = w)} = 3,22$$

Danach ist der Wirbelkerndurchmesser größer als die laminare Grenzschichtdicke. Das steht auch im Einklang mit Messungen von G.B. Schubauer und P.S. Klebanoff (zit. auf S. 428 von [3]): Bild 6 unten. Bilden wir nun die Reynoldszahl (4.4/1) für den entstandenen, durch äußere Einflüsse nicht gestörten, d. h. den inturbiden Zentralwirbel, und verwenden wir wieder den Zahlenwert (4.1/2) für den laminar fließenden Wirbel, so ergibt sich für die maximale Umfangsgeschwindigkeit ein viel zu kleiner Wert (4.4/2) bzw. (4.4/3). Die mit der Geschwindigkeit der Außenströmung und dem Wirbelkernradius gemäß (4.3/3) gebildete Reynoldszahl (4.5/1) liefert hingegen den Wert (4.5/2), der darauf verweist, daß der Kern des Zentralwirbels turbulent ist. Demnach muß sich im Status nascendi des Turbulenzflecks nicht nur der erwähnte Zentralwirbel ausbilden, sondern auch anscheinend synchron zahlreiche weitere kleinere Wirbel, die sich im Kern dieses drehungsbehafteten Zentralwirbels befinden. Ihr Entstehen erinnert an den Schaumkamm einer sich überschlagenden Welle auf der Meeresoberfläche.

Das eruptive Ausbrechen wandnaher Masse bei der Bildung des inturbiden Zentralwirbels gemäß Zahlenwert (4.3/2) erklärt sich aus dem unaufhörlichen Anfachen der kritischen Störungswelle (Tafel 1). Das führt zu einem progressiven Wachsen der Amplitude, und zwar vom unteren Indifferenzpunkt bis zum Übergangsbeginn auf etwa drei Zehnerpotenzen (vgl. [4], S. 108). Weiterhin erscheint es bemerkenswert, daß diese Eruption durch diejenige Schicht (4.6/3) hindurchbricht, in der, wie L. Prandtl sagt: „die Geschwindigkeit der Hauptströmung mit der Phasengeschwindigkeit der Schwingung übereinstimmt. Dies würde bei Reibungslosigkeit zu einem singulären Verhalten der Teilchen führen, da diese hier sehr lange Zeit in demselben Durchgradienten stehen“ ([4], S. 108), Gl. (4.6/1), Bilder 1c und 2. Dazu kommt noch, daß unmittelbar hinter dem (unteren) Indifferenzpunkt bei wachsender Anfachung die Phasengeschwindigkeit (4.6/2) etwa gleich der Gruppengeschwindigkeit ist, Bild 3 oben, so daß infolge Schwebungserscheinung in dieser Schicht die Eruption bei Resonanz unterstützt werden kann. Der Wirbelkernhalbmesser beträgt hier ein Mehrfaches (4.6/4) des Wandabstandes dieser Schicht

Die Gruppe kleinerer, zur Schwebung neigenden Störungswellen ziehen gleichsam in einem großen Wandabstand Masse aus der kritischen wandnäheren Schicht mit der größeren und energiereichsten Störungswelle heraus,

so wie scheinbar der der Flasche entweichende Korken den zu schäumen beginnenden Sekt.

Wie dem Bild 3 zu entnehmen ist, unterscheiden sich die Wandabstände dieser beiden Störungswellen um mehr als das Zehnfache.

Bei Disresonanz kann die Eruption durch diese Schwebung verzögert werden, woraus sich die stochastische Verteilung der Eruptions- und mithin der Turbulenzflecken-Entstehungsorte erklärt. Die ersten Eruptionen setzen beim Übergangsanfang ÜA ein; es folgen stromabwärts weitere.

Bilden wir hier in dem Gebiet zwischen Abtraganfang AA und Übergangsende ÜE, Bild 4, wieder den mit der laminaren Schubspannungsgeschwindigkeit, der kinematischen Viskosität und der Querwellenlänge dimensionslosen Ausdruck entsprechend (3.2), so springt er von dem o. g. Wert 50 für die Laminarstreaks auf das Doppelte. Dieser Wert 100 für die in [15] genannten Spot-prints stimmt mit dem von S.J. Kline angegebenen Wert der Streakszahl überein [10]. Er hat ihn unter Anwendung der Wasserstoffbläschenmethode an turbulenten Grenzschichten von Wasserströmungen gefunden.

Daß die Streifenstruktur von Rußanstrichbildern den mit Wasserstoffbläschen festgestellten „streaks“ entspricht, wird auch in [16] nachgewiesen. Demnach kann aus der Streifendichte auf die Wandschubspannung geschlossen werden. Hierbei sind Versuche an einer unter dem Winkel von 4° angestellten ebenen Platte bei einer Anström-Reynoldszahl von  $5,5 \cdot 10^5$  durchgeführt worden.

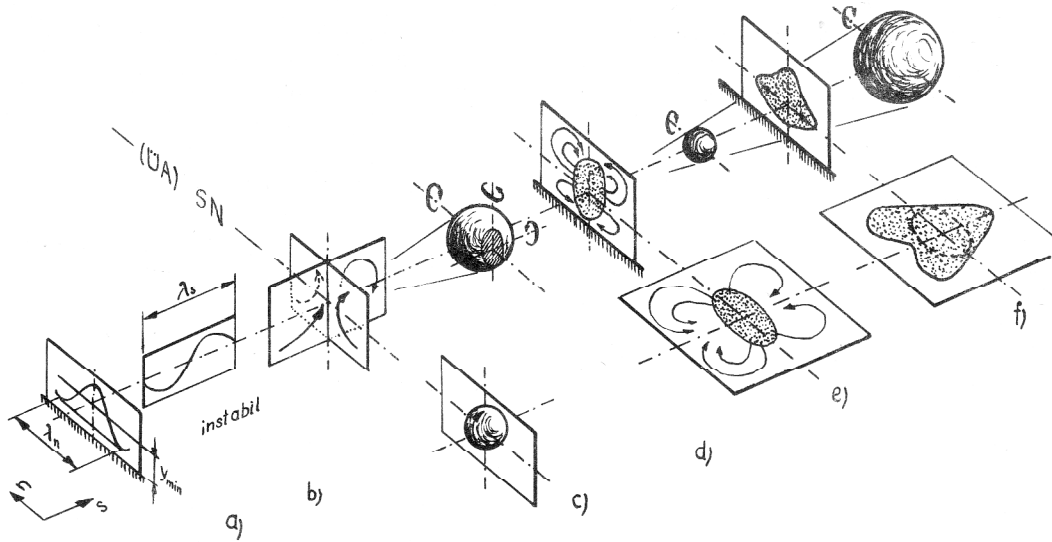
### 2.3. Der turbide Wirbelballen

Infolge des endlichen Wellenlängenverhältnisses (3.3/2) Bilder 5a und b, stellt der Zentralwirbel nicht einen Schnitt durch eine sehr lange Wirbelwalze dar, sondern einen solchen, Bild 5d, durch einen quer zur Hauptströmungsrichtung eng begrenzten Wirbelballen, Bild 5c. Verglichen mit der Oberflächen-Wellenbewegung können nicht die zur Uferlinie langgestreckten Brecher, sondern die auf offener See infolge Windbewegung verursachten vergleichsweise kurzen Schaumkämme auf den höchsten Wellenbergen als Analogen herangezogen werden.

Am Rande dieser Schnittfläche durch den Wirbelballenkern bestehen Drehungen mit radial orientierten Achsen, Bild 5d. Sie induzieren Sekundärströmungen [14] mit Längsachsen in der Quer-Wandnormalenebene durch das Wirbelballenzentrum, Bild 5e links oben, und Achsen parallel zur Wandnormalen in der wandparallelen Ebene durch das Wirbelballenzentrum, Bild 5e unten.

Der im Abschnitt 2.2. betrachtete Zentralwirbel – und damit der gesamte Wirbelballen – erfährt durch diese Sekundärströmungen eine Störung dergestalt, daß er im Vergleich zum inturbiden Zustand in der Längs-Wandnormalenebene gleichsam gestaucht und in der Quer-Wandnormalenebene gestreckt wird, Bild 5f oben links.

Nach folgender Abschätzung wirkt dieser Stauchprozeß dem Wachsen des inturbiden Zentralwirbels entgegen, so



**Bild 5**

Schematische Darstellung des Entstehens vom Wirbelballen, aus denen sich Turbulenzflecken bilden

- Querwelle mit dem Streaksabstand  $\lambda_n$
- kritische (energiereichste) Längswelle
- Status nascendi (SN): Entstehen des Wirbelballens infolge Masseruption aus der kritischen wandparallelen (energiereichsten) Störungswelle bei einer wandfernen ( $y > 10 y_{min}$ ) zur Schwebung neigenden Störungswelle
- radial orientierte Drehungsvektoren auf der „Oberfläche“ des Wirbelballenkerns, dargestellt die wandnormale und die Längskomponente
- durch die radialen Drehungsvektoren induzierte Sekundärströmungen in der wandparallelen Ebene und der wandnormalen Querebene
- Deformation des Wirbelballenkerns infolge der Sekundärströmungen in den im Bild e) genannten Ebenen

daß der Turbulenzflecken zwar stromabwärts – im Vergleich zum inturbiden Wirbel verzögert – wächst, in seiner bei affiner Verzerrung an ein Schnellboot erinnernden Form aber geometrisch ähnlich bleibt.

Ersetzen wir der Einfachheit halber den Oseenwirbel durch einen Festkörperwirbel gleicher Zirkulation mit umgebendem Potentialwirbelfeld, so erhalten wir für das zeitliche Anwachsen des Wirbelkernhalbmessers das einfache Gesetz (5.1/1). Der Ausdruck (5.1/2) für die Fourierzeit erhält längs der Isotachen (5.1/3) mit dem Wandabstand, der gleich dem Wirbelkernhalbmesser (4.3/3) ist, die spezielle Form (5.1/4). Die rechnerische Wirbelauflänge (5.2/4) am Übergangsanfang folgt aus der Anfangsbedingung (5.2/1) unter Verwendung der bekannten Beziehung (5.2/2) für die Dicke der laminaren Grenzschicht und des Geschwindigkeitsverhältnisses (5.2/3) nach L. Howarth (vgl. [3], S. 119).

**Tafel 5**

Abschätzung des wachsenden Halbmessers vom inturbiden Zentralwirbel und experimentelle Daten vom Turbulenzfleckenbersten

$$\frac{r_{Wi}}{r_{Wi Sn}} = \sqrt{Fo} ; Fo = \frac{4t\nu}{r_{Wi Sn}^2} ;$$

$$w := \text{const} : Fo = \frac{4\nu s_{Wi}}{r_{Wi Sn}^2 w} \quad (1)$$

$$\frac{r_{Wi}}{r_{Wi Sn}} = 1 ; \delta = 4,92 \frac{s}{\sqrt{Re_s}} ; \frac{w(y = r_{Wi Sn})}{w_\infty} = 0,9039 ;$$

$$\left. \frac{s_{Wi}}{s} \right|_{\dot{U}A := S_n} = 2,65 \quad (2)$$

$$r_{Wi} = 4,1 \frac{s}{\sqrt{Re_s}} ; y_{Wi} = 3,42 \frac{s}{\sqrt{Re_s}} ; \frac{r_{Wi}}{y_{Wi}} = 1,2 \quad (3)$$

$$\frac{s_{UE} - s_{UA}}{\lambda_s} = 13,2 ; \underline{F} = F \nu^2 / v_{* turb}^3 \approx 1,5 \cdot 10^2 ;$$

$$F := \left( \frac{\alpha}{\pi} \beta_r \right) \dot{U}A = S_n \quad (4)$$

$$\left. \frac{\beta_r \dot{U}A \nu}{w_\infty^2} = 3,54 \cdot 10^{-5} ; \frac{c_r Ph \dot{U}A}{c_r Ph ind} \right|_{\frac{\alpha \nu}{w_\infty} = 7,75 \cdot 10^{-5}} \approx 0,91$$

$$v_{* turb} = \frac{0,0288}{\sqrt[5]{Re_s UE - Re_s UA}} \quad (5)$$

Damit erhält das Bildungsgesetz (5.1/1) die spezielle Form (5.3/1). Da sich der zugehörige Wandabstand (5.3/2) langsamer vergrößert als der Halbmesser (5.3/1) des inturbiden Festkörperwirbels, ist mithin in der Tat eine Erklärung für die Wirkung der Sekundärströmungen in der Längs-Wandnormalenebene gegeben. Da die beobachteten Turbulenzflecken verschiedenen Alters einander weitgehend ähnlich sind, Bild 6, kann sich der Halbmesser des turbiden Festkörperwirbels höchstens mit dem zugehörigen Wandabstand ändern.

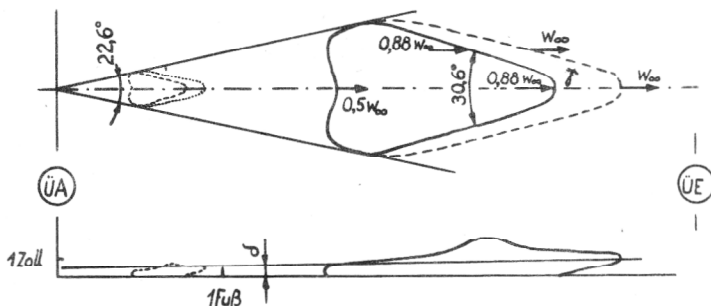
Die charakteristische Form des Heckteils vom Turbulenzflecken erklärt sich aus den relativ älteren und folglich schon angewachsenen hinteren Sekundärströmungen. Das Turbulenzfleckenheck befindet sich im Inneren der laminaren Grenzschicht und bewegt sich folglich mit verminderter, nach Messungen von G.B. Schubauer und P.B. Klebanoff mit nur halber Geschwindigkeit der

Außenströmung voran. Der Turbulenzfleckebug befindet sich hingegen am Grenzschichttrand. Er bewegt sich folglich etwa mit der Geschwindigkeit der Außenströmung fort. Da sich hier die relativ jungen Sekundärströmungen nicht schneller als das Zentrum des Zentralwirbels bewegen, kann sich hier eine Einbuchtung des Turbulenzfleckens wie am Heck nicht ausbilden.

Die beobachtete Intermitenz in dem Bereich des Buges und der Flanken des Turbulenzfleckens, der durch die gestrichelte und benachbarte ausgezogene Linie im Bild 6 oben begrenzt wird, spricht für die oben begründete Turbulenz im Wirbelkern.

Der Turbulenzfleck entwickelt sich also aus einem ähnlich wie im Bild 2 dargestellten Strömungszustand heraus, der aber nicht unmittelbar mit der Hauptströmung fortgetragen wird. Er verbleibt im direkten Wandbereich relativ lange am Ort, zumindest so lange, daß er beim Experiment in der Ruß-Öl-Petroleum-Schicht seinen Abdruck (spot-print) hinterläßt.

Das bedeutet, daß zumindest der Punkt in der Längswandnormalenebene, in dem sich die laminare (Haupt-) Scherströmung von der Wand ablöst, unmittelbar nach dem Status nascendi eine gewisse Zeitspanne am Ort verbleibt (vgl. hierzu L. Prandtl [4] S. 109). So erklärt sich der Abdruck rechts im Bild 4. Er ist verhältnismäßig jung. Abdrücke stromaufwärts lassen die Keilform (mit dem Winkel von  $22,6^\circ$ , Bild 6) nicht mehr erkennen. Sie sind gleichsam verwaschen.



**Bild 6**  
Anwachsen eines fremderregten Turbulenzfleckens (engl.: turbulent spot) im laminar-turbulenten Übergangsbereich an der längsangeströmten ebenen Platte nach Messungen von G.B. Schubauer und P.S. Klebanoff, zit. in [3], S. 428 und [2], S. 323.

### 3. Das Bersten der Turbulenzflecken

Dadurch, daß der Turbulenzfleckebug doppelt so schnell vorankommt als das Heck, entsteht nach einer gewissen Lauflänge eine Kollision. Der Bug des nachfolgenden Fleckens stößt wie bei einem Auffahrunfall von Fahrzeugen in das Heck des vorangehenden Fleckens, Bild 6. Die Symmetrielinien aufeinanderfolgender Turbulenzflecken brauchen nicht unbedingt zu fluchten, so daß auch Kollisionen an den Flanken des vorangehenden Fleckens denkbar sind. Durch solche Kollisionen zerbricht der Turbulenzfleck (engl.: bursting), wodurch die transiente Grenzschicht ihre turbulente Form übergeht. Diese Kollisionen sind örtlich stochastisch verteilt.

Unabhängig vom Turbulenzgrad der Außenströmung ist, unter Verwendung des Zahlenwertes (1.5/3), für die

relative Übergangslänge der Zahlenwert (5.4/1) gefunden worden.

Schließlich soll noch ein Ergebnis angeführt werden, daß die obigen Überlegungen stützt. Wir bilden die dimensionslose Berstfrequenz (5.4/2) mittels der Wellenzahl des auf der Wand abrollenden Zentralwirbels unter Verwendung der kritischen Wellenzahl (1.4) der energiereichsten Störungswelle, des Realteiles der Kreisfrequenz (5.5/1) am Übergangsanfang, Gl. (5.4/4), dem Verhältnis der Phasengeschwindigkeiten (5.5/2) von Übergangsanfang und Indifferenzpunkt sowie der Schubspannungsgeschwindigkeit (5.5/3) am Übergangsende. Der auf diese Weise erhaltene Zahlenwert (5.4/3) stimmt genau mit dem von S.J. Kline angegebenen, an der längsangeströmten ebenen Platte experimentell gefundenen Wert überein ([10] S. 382).

### 4. Zusammenfassung

Im Hinblick auf die beabsichtigte Entwicklung eines Verfahrens zur Berechnung der allgemeinen transienten Grenzschicht lassen sich die dargelegten Erkenntnisse in folgenden 12 Thesen zusammenfassen:

1. Es existiert in der laminaren Grenzschicht eine bestimmte, eine kritische Störungswelle (bzw. ein nur schmales Band solcher Wellen), die im Vergleich zu anderen Störungswellen zu maximalem Energieentzug der Hauptströmung neigt und die sich durch einen minimalen Wandabstand auszeichnet. Die charakteristischen Daten dieser kritischen Störungswelle sind in Tafel 1 aufgeführt.
2. Solche Störungswellen, deren Anfachsungsgröße am Anfang des laminar-turbulenten Grenzschichtübergangs  $\bar{U}_A$  nicht größer als Null sind, werden nach dem Passieren des Anfachsungsgebietes wieder schwächer, so daß sie nicht direkt zum Entstehen von Turbulenzflecken führen können.
3. Vor dem Erreichen des Übergangsanfangs  $\bar{U}_A$  bildet die zur Instabilität neigende laminare Grenzschicht auf der mit einem Ruß-Öl-Petroleum-Gemisch bestrichenen Wand eine streifenartige Maserung aus, für die der Zahlenwert 50 der mit dem Streifenabstand  $\lambda_n$  gebildeten Kennzahl  $\lambda_n v_* W / \nu$  charakteristisch ist. Es wird vorgeschlagen, diese Kennzahl Streakzahl zu nennen.
4. Aus Streakzahl und Wellenzahl der kritischen Störungswelle folgt das Wellenlängenverhältnis  $\lambda_s / \lambda_n = 4,84$ , das unabhängig vom Turbulenzgrad der Außenströmung ist. Es charakterisiert die instabile dreidimensionale Störung am Anfang des Grenzschicht-Übergangsbereiches, d. h. an der Stelle, an der erste Turbulenzflecken entstehen können.
5. Der Status nascendi des sich stromabwärts zum Turbulenzfleck umbildenden Wirbelballens ist durch ein eruptives Ausbrechen von Masse der kritischen Wellenkonfiguration aus der zugehörigen wandparallelen Ebene bei örtlicher Resonanz mit einer solchen kleineren, wandferneren Störungswelle zu erklären, deren Phasengeschwindigkeit gleich der Gruppengeschwindigkeit ist, so daß

infolge Schwebung eine Amplitudenverdoppelung eintritt. Die Wandabstände beider Störungswellen unterscheiden sich um mehr als das Zehnfache.

6. Die örtliche Resonanz zwischen kleinerer, zur Schwebung neigenden Störungswelle und größerer, kritischer Störungswelle in verschiedenen wandparallelen Schichten ist stochastisch ([26]: S. 8) verteilt, wodurch sich die endliche Erstreckung des laminar-turbulenten Übergangsgebietes erklärt. Für das Verhältnis aus Lauflänge des Übergangsgebietes und kritischer Wellenlänge ist der Zahlenwert 13,2 gefunden worden.
7. Im Status nascendi entsteht ein Wirbelballen wie ein rotierender Festkörper, dessen Zentralwirbelachse wandparallel quer zur Strömungsrichtung orientiert ist und auf dessen „Oberfläche“ radial orientierte Drehungsvektoren Sekundärströmungen induzieren. Es existieren im Turbulenzfleck in allen drei Koordinatenrichtungen Drehungsvektoren.
8. Die Sekundärströmungen des Wirbelballens wirken der Vergrößerung des inturbiden Zentralwirbels entgegen und erklären die eigentümliche Form des Turbulenzflecks.
9. Die Turbulenzflecken hinterlassen an der mit einem Ruß-Öl-Petroleum-Gemisch eingetrichenen Wand hufartige Abdrücke, für die die Streakszahl gleich 100 gilt in Übereinstimmung mit Ergebnissen nach der Wasserstoffbläschenmethode.
10. Der Zentralwirbel des Turbulenzflecks ist von Anfang an turbulent, wodurch an den Flanken des Turbulenzflecks ein intermittierendes Strömungsfeld besteht.
11. Weil der Turbulenzfleckbug doppelt so schnell vorankommt als das Heck, entstehen mit benachbarten Turbulenzflecken Kollisionen, durch die die transiente Grenzschicht in die rein turbulente Form übergeht. Diese Kollisionen sind stochastisch verteilt.
12. Die dimensionslose Berstfrequenz beträgt nach Meßergebnissen für die längsangeströmte ebene Platte 150. Sie läßt sich auch mit Hilfe charakteristischer Werte des auf der Wand abrollenden Zentralwirbels und der kritischen Wellenkonfiguration am Übergangsanfang berechnen.

## 5. Diskussion

An der Diskussion beteiligten sich Doz. Dr. sc. techn. J. Rannacher, TU Dresden, und Prof. Dr.-Ing. habil. M. Hoffmeister, Institut für Mechanik der AdW der DDR Berlin. Folgende Aspekte hierzu sind:

- Die von M. Rößler durchgeführten Experimente [9] haben eine Abhängigkeit des Abtraganfangs AA (Bild 4) vom Turbulenzgrad der Außenströmung ergeben. Um den Einfluß subjektiver Fehler, die bei der Durchführung der Experimente nicht auszuschließen sind, so klein wie möglich zu halten, sind sehr viele Versuche durchgeführt worden. Wie in [15] dar-

gelegt worden ist, ordnen sich die erhaltenen Ergebnisse in das Diagramm für die Lauflänge von Übergangsanfang ÜA und Übergangsende ÜE in Abhängigkeit vom Turbulenzgrad der Außenströmung gut ein. Die hier vorgenommene Auswertung der Rößlerschen Versuche erfolgte aus der Sicht der in [15] dargelegten Erkenntnisse und führte nachträglich zu Entdeckungen auf den photographischen Aufnahmen von den Ruß-Petroleum-Öl-Abtragungen, die uns früher nicht aufgefallen waren.

- Hier dargelegte Erkenntnisse stützen sich u. a. auf die Stabilitätstheorie ebener laminarer Strömungen. Ich bin der Meinung, daß sie in unmittelbarer Wandnähe, also dort, wo sich die hier beschriebenen energiereichsten Störungswellen befinden, auch bei erhöhter Turbulenz der Außenströmung gültig ist. Die Schwankungen, die diese Außenturbulenz auf die Grenzschicht überträgt, werden vor dem Übergangsanfang ÜA im unmittelbaren Wandbereich vermutlich vernachlässigbar klein sein.
- Die im Vortragsauszug angeführten IUTAM – Berichte standen zur Zeit des Entstehens vorliegender Arbeit noch nicht zur Verfügung. Sie sollen demnächst im Hinblick auf die hier vermittelten Erkenntnisse ausgewertet werden.

## 6. Nachtrag<sup>4)</sup>

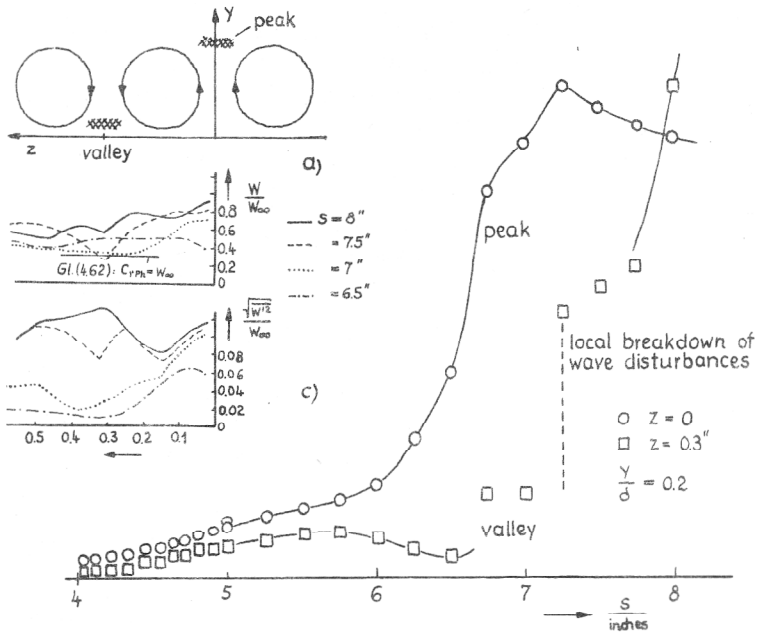
Die obige Vorstellung von der Turbulenzfleckenentstehung und -ausbildung ist auf der Grundlage der zitierten Literatur [1] bis [16] entstanden, d. h. unter Verwendung problemspezifischer Literatur aus der Zeit vor etwa dem Jahre 1970. Bevor die wesentlichen Voraussetzungen dieser Arbeit unter der Blickrichtung neuerer Publikationen überprüft werden, sollen noch einige Gedanken zur Methodik geäußert werden.

Wissenschaftliche Abhandlungen beginnen in der Regel mit einer Übersicht einschlägiger Literatur, um die zu bearbeitende Problematik zu erläutern und die Notwendigkeit der Bearbeitung des gewählten Gegenstandes zu begründen. Bei Weiterentwicklungen von Modellen sollte diese Verfahrensweise auch prinzipiell gepflegt werden. Bei kreativen Arbeiten zur Modellfindung erscheint es hingegen nicht abwegig, die Bearbeitung des Gegenstandes zunächst unbeeinflusst durch andere Arbeiten zu betreiben und erst im nachhinein am Erkenntnisstand anderer zu messen.

In diesem Sinne soll dieser Nachtrag verstanden werden, zumal er obigen Vortrag in seiner Fassung unverändert beibehält.

Die Vorstellungen zur Instabilität der laminaren Grenzschicht, Bild 4 links von ÜA und Bild 5a, decken sich mit der Erläuterung dreidimensionaler Effekte in Grenzschichten von J.T. Stuart [17], Bild 7a, nach denen die Geschwindigkeiten der Sekundärströmungen nur 1 bis 2 % derjenigen der Hauptströmung betragen. J.B. Anders und R.F. Blackwelder [18] demonstrieren anhand von Versuchsergebnissen die Entwicklung des Geschwindig-

4) Verfaßt im Dezember 1982.



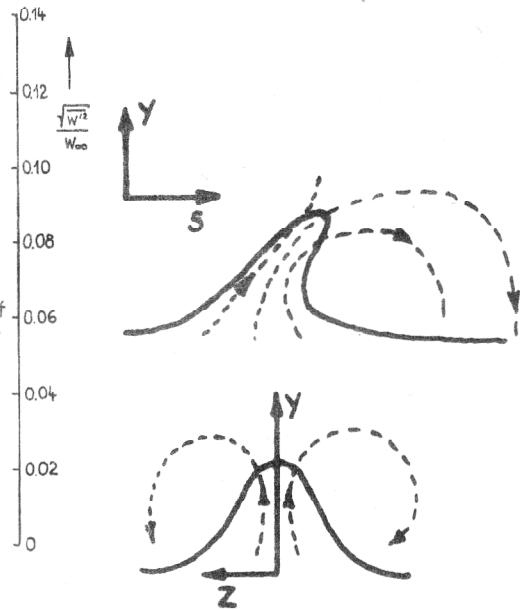
**Bild 7**

- a) In Querrichtung  $z$  (zur Hauptstromrichtung  $s$  normal zur Bildebene) periodisch angeordnete Längswirbel zur Darstellung von Sekundärströmungen in der laminaren Grenzschicht nach J.T. Stuart
- b) Die Abhängigkeit der relativen Sekundär-Fluktationsgeschwindigkeit von der Lauflänge  $s$  im Gebiet mit erhöhter Aufwärts- (peak) und demjenigen mit erhöhter Abwärtsbewegung (valley) nach Meßergebnissen von J.B. Anders und R.F. Blackwelder. Local breakdown of wave disturbances = bedeutet: plötzliche Änderung des Charakters der Störungswellen-Bewegung nach P.S. Klebanoff und K.D. Tidstrom
- c) Zugehörige Abhängigkeit der relativen Grund- und Sekundär-geschwindigkeit von der Querkoordinate  $z$

keitsverhältnisses von einem Paar benachbarter „peak“ (Berg) und „valley“ (Tal) (vgl. Bild 5c links oben), Bild 7b (rechts unten). Die Messungen mittels Hitzdrahtanemometer erfolgten in einer relativen Schichthöhe von  $y/\delta = 0,2$ , bei der ungefähr das Maximum der Wellenamplituden existiert, I. Tani [20]: S. 267, (vgl.  $y_{WiSn}/\delta = 0,0225$  nach (1.2/1) und (4.2/1)). Sie erklären hierzu, daß die Abweichung von der Tollmenschlichting-Wachstumsrate im Gebiet erhöhter Aufwärtsbewegung (peak) und der beginnende Energieverlust im Gebiet entsprechender Abwärtsbewegung (valley) für die dreidimensionale Strömungsstruktur charakteristisch seien und daß bei einer Lauflänge von ungefähr 7,25“ ihres Beispiels die stromaufwärtige evolutionäre Entwicklung gänzlich „zusammengebrochen“ sei<sup>5)</sup>.

An diesem Ort wird die Grundgeschwindigkeit, Bild 7c oben, merklich verringert, während sich die mittlere Fluktationsgeschwindigkeit im „valley“ nahezu sprunghaft erhöht, Bild 7c unten. Bei einem relativen Wandabstand von  $y/\delta \approx 0.6$  findet eine Phasenumkehr bei dieser mittleren (engl. rms = root-mean-square) Fluktationsgeschwindigkeit statt. Obige Abschätzung für den relativen Abstand des sich hiernach bildenden Zentralwirbels

5) The departure from Tollmien-Schlichting growth rate of the peak and initial energy loss in the valley are apparently characteristic of the developing three dimensional structure. Local breakdown for this data occur at  $x_1 = 7.25$ “ [18]: p. 116.



**Bild 8**

- Struktur eines Mischstrahles im äußeren Teil einer Grenzschicht nach A.A. Townsend
- Strahlrand im Grenzschichtbereich des turbulenten Mediums
- Sekundärstromlinien

vom Turbulenzfleck ergab etwa den Wert 0.7: Gl. (4.3/3).

An dieser Stelle soll an die im Bild 8 dargestellte Vorstellung von A.A. Townsend über das strahlartige Ausbrechen von wandnaher Masse im äußeren Teil der turbulenten Grenzschicht angeknüpft werden [19], die prinzipiell dem (links) oberen Teil des Bildes 5c) ähnelt.

Bemerkenswert erscheint in diesem Zusammenhang eine Idee von A.D.D. Craik, wie I. Tani in seiner recht umfassenden Übersicht [20] vom heutigen Wissensstand über den laminar-turbulenten Übergang angibt, nach der Resonanz zwischen einer zweidimensionalen Tollmenschlichting-Welle mit zwei Längswirbeln als Ursache für die Energieübertragung von der Grundströmung auf die (resultierende) Störungswelle angesehen wird.

Wie im einzelnen ein dementsprechendes mathematisches Modell aussehen wird, ist noch ungeklärt. Es wird, wie I. Tani bemerkt, keinen einfachen Aufbau haben, um damit hinreichend zuverlässige quantitative Voraussagen machen zu können, [20]: S. 268.

Er berichtet weiterhin u. a.:

P.S. Klebanoff und K.D. Tidstrom haben im Jahre 1959 die plötzliche Änderung des Charakters der (nichtlinearen) Störungswellenbewegung und das Auftreten einer sekundären Instabilität mit „breakdown“ bezeichnet. Zusammen mit L.M. Sargut veröffentlichten sie im Jahre 1962 experimentelle Ergebnisse, die zeigten, daß das „wave breakdown“ mit einem nahezu explosivem Anwachsen der Wellenamplitude verbunden ist, (vgl. hierzu Bild 7b) und deren Frequenz um eine Größenordnung diejenige der Primärwelle übertrifft. Diese hochfrequente Sekundärinstabilität führt zum Ausbrechen von Längswirbelpaaren aus dem Verband derselben im un-

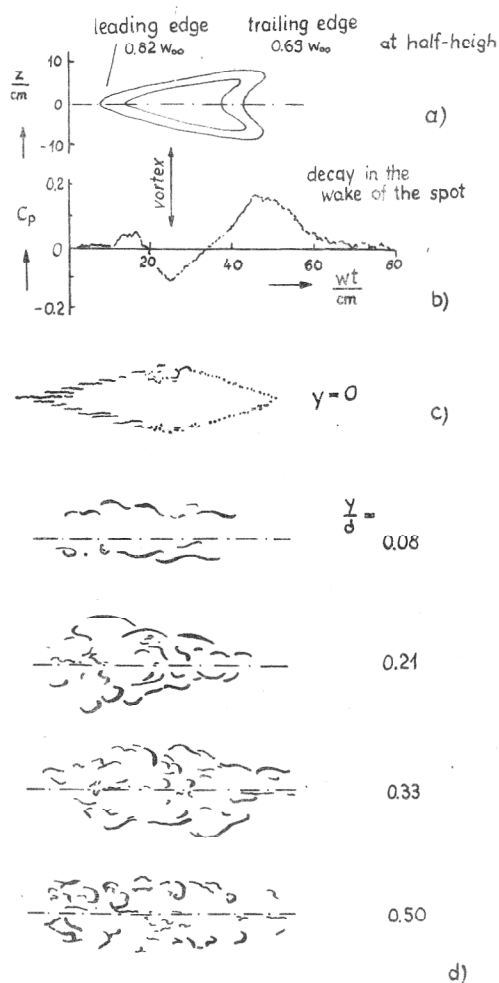


mittelbaren Wandbereich und nehmen die Form von Haarnadeln an (engl.: hairpin eddys).

Man spricht auch von Hufeisenwirbeln (engl.: horseshoe vortees).

Sie rollen sich zu Wirbelbällen auf, die sich periodisch bilden. Das demonstrieren sehr anschauliche Photographien von H. Bergh, nach denen sich bei Schallerregung Wirbel mit Achsen quer und parallel zur Wand rückwärts aufspulen [21], wohingegen ungestörte Wirbel sich vorwärts aufspulen. Letzteres Verhalten zeigt der Zentralwirbel von Turbulenzflecken, [22]: Fig. 5.

Über die Form der Turbulenzflecken in der Draufsicht geben experimentell gewonnene Bilder von T. Matsui [22] Aufschluß, Bilder 9d, erhalten nach der Wasserstoffbläschen-Methode. Danach hat der Turbulenzfleck etwa in der Mitte der Grenzschicht eine annähernd rechteckige Form, die nach der Wand zu in eine rhom-



**Bild 9**

- a) In der Draufsicht dargestellter Turbulenzflecken (Konturen mittlerer Intermitenz) etwa in der Mitte der Grenzschicht, erhalten mittels Hitzdrahtanemometrie nach D. Coles und O. Savas.
- b) zugehöriger (zeitmittlerer) Oberflächendruck in der Symmetrieebene des Turbulenzfleckens
- c) Turbulenzflecken auf der Wand nach M. Gad-el-hak, R.F. Blackwelder und J.J. Riley, sichtbar gemacht nach einer neuartigen Technik: fluoreszierende Farbe leuchtet bei einer bestimmten Wellenlänge einer starken Lichtquelle (Argon-Laser)
- d) Mittels Wasserstoffbläschen in verschieden großem Abstand von der Wand von T. Matsui sichtbar gemachter Turbulenzflecken.

bische Form übergeht. M.Gad-el-hak, R.F. Blackwelder und J.J. Riley zeigen ein Bild von fluoreszierender Farbe, das auf der Wand von einem Turbulenzfleck erzeugt worden ist, Bild 9c. Es hat die Form eines Rhombus mit einem Diagonalenverhältnis von etwa 3,6:1 (die längere Diagonale liegt in Strömungsrichtung), [23]: Fig. 2. D. Coles und O. Savas erzeugten mittels feiner Stifte über einen speziellen Nockenmechanismus Turbulenzflecken und wandten die Hitzdrahtanemometrie an [24], Bild 9a. Sie stellten fest, daß der Turbulenzfleck in der Mitte der Grenzschicht (engl.: half height) beträchtlich kleiner sei als an der Wand. Im Bereich des Zentralwirbels (vortex im Bild 9a) und b) herrscht Unterdruck, an Bug und Heck (vermutlich auch an den Flanken) des Turbulenzfleckens hingegen Überdruck, Bild 9b. Letzterer würde den im Bild 5e) dargestellten Staueffekt infolge der Sekundärströmung erklären. Die Wasserstoffbläschen-Bogen am Rande des Turbulenzflecken in den Bildern 9d) sprechen für die Überlagerung der im Bild 5e) dargestellten Sekundärströmung mit der Grundströmung im laminaren Gebiet. Im turbulenten Inneren der Flecken zerflattern hingegen die Bläschenketten und bilden haufenartige Gebilde.

Die Zusammenstellung von Versuchsergebnissen im Bild 9 demonstriert den Vorzug des Prinzips der Anwendung bzw. Nutzung verschiedener (voneinander unabhängiger) Untersuchungsmethoden [25], denn jede Methode vermag nur bestimmte Naturgeheimnisse zu entschlern.

Zusammenfassend darf anhand des dargebotenen kleinen Einblicks in die Fülle neuerer Ergebnisse festgestellt werden, daß z. Zt. nichts gegen das obige Gedankenmodell vom Turbulenzfleck spricht. Es kann als Grundlage für eine mathematische Modellierung benutzt werden.

#### LITERATUR

- [1] Shen, S.F.: Calculated amplified oscillations in planes Poiseuille and Blasius flows. JAS 21, 62-64 (1954).
- [2] Tietjens, O.; Strömungslehre, Bd. II. Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York 1970.
- [3] Schlichting, H.: Grenzschicht-Theorie. 5. Aufl. Verlag G. Braun, Karlsruhe 1965.
- [4] Prandtl, L.: Führer durch die Strömungslehre. Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1956.
- [5] Schubauer, G.B., Skramstad, H.K.: Laminar-Boundary-Layer Oscillations and Transition, NACA Wartime Report, April 1943, Washinton W-8, S. 51.
- [6] Macke, W.: Wellen - Ein Lehrbuch der Theoretischen Physik. Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.-G.
- [7] Hackeschmidt, M.: Grundlagen der Strömungstechnik Bd. I, VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig 1969.
- [8] Michel, R.: Etude de la transition sur les profils d'ailetablissement d'un critère de détermination du point de transition et calcul de la traînée de profil en incompressible. ONERA Rapport 1/1578 A (1951).
- [9] Rößler, M.: Zur experimentellen Bestimmung des Übergangs laminar-turbulent bei hoher Turbulenz der Außenströmung. Beitrag zur Tagung „Turbulenzmeßtechnik“ des ZIMM der AdW der DDR vom 17. bis 21. 11. 1980 in Kühlungsborn.



- [10] Kline, S.J.: Turbulent Boundary Layer Prediction and Structure – The State of the Art; p. 372–392 in Flow Research on Blading, edited by L.S. Dzung, Elsevier Publishing Company Amsterdam – London – New York 1970.
- [11] Hackeschmidt, M.: Das Internationale Einheitensystem und Konsequenzen. Energieanwendung. 30. Jg. H. 1 (1981) S. 28 ... 31.
- [12] Tietjens, O.: Strömungslehre, Bd. I. Springer-Verlag Berlin/Göttingen/Heidelberg 1960.
- [13] Albring, W.: Wirbelsysteme und Turbulenz. Monatsber. d. Deutsch. Akad. d. Wiss. zu Berlin, Bd. 10 (1968) H. 12 (Akademie-Verlag Berlin).
- [14] Hackeschmidt, M.: – Theorie der idealen, rückwirkungsfreien Sekundärströmung. Vortrag zum 4. Symposium Pumpen und Verdichter der TH Magdeburg vom 23. – 25. 6. 1981, Bd. I, S. 68 ... 71.  
– Zur Theorie der stationären idealen Sekundärströmung in gekrümmten ruhenden Kanälen beliebiger Querschnittsänderung. Teil I: Die schwache (rückwirkungsfreie) Sekundärströmung. Wiss. Z. der HfV, H. 2 (1981) S. 341 ... 354.
- [15] Hackeschmidt, M.: Grenzen des laminar-turbulenten Grenzschicht-Übergangsbereiches Z. Maschinenbautechnik 31 (1982) 7, S. 326 ... 330.
- [16] Henfling, R.: Quantitative Auswertung von Rufenstrichbildern. Unveröffentlichter Bericht B 1094 des Wissenschaftsbereiches Strömungstechnik der Sektion Energiewandlung der TU Dresden.
- [17] Stuart, J.T.: Stability and Transition: Some Comments on the Problems, in: Laminar-Turbulent Transition by R. Eppler and H. Fasel (editors). Springer-Verlag Berlin Heidelberg, New York 1980, p. 1 ... 13.
- [18] Anders, J.B.; Blackwelder, R.F.: Longitudinal Vortices in a Transitioning Boundary Layer, in: Laminar-Turbulent Transition by R. Eppler and H. Fasel (editors) Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York 1980, p. 110 ... 119.
- [19] Townsend, A.A.: The turbulent boundary layer, in: Grenzschichtforschung, herausgegeben von H. Görtler, Springer-Verlag Berlin, Göttingen, Heidelberg 1958, S. 1 ... 15.
- [20] Tani, I.: Some Thoughts on Boundary Layer Transition, in: Laminar-Turbulent Transition by R. Eppler and H. Fasel (editors). Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York 1980, p. 263 ... 276.
- [21] Bergh, H.: A method for visualizing periodic boundary phenomena. In: Grenzschichtforschung, herausgegeben von H. Schlichting. Springer-Verlag Berlin, Göttingen, Heidelberg 1958, S. 173 ... 178.
- [22] Matsui, T.: Visualization of Turbulent Spots in the Boundary Layer Along a Flat Plate in a Water Flow, in: Laminar-Turbulent Transition by R. Eppler and H. Fasel (editors). Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York 1980, p. 288 ... 296.
- [23] Gad-el-hak, M.; Blackwelder, R.F.; Riley, J.J.: A Visual Study of the Growth and Entrainment of Turbulent Spots, in: Laminar-Turbulent Transition by R. Eppler and H. Fasel (editors). Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York 1980, p. 297 ... 307.
- [24] Coles, D.; Savas, O.: Interactions for Regular Patterns of Turbulent Spots in a Laminar Boundary Layer, in: Laminar-Turbulent Transition by R. Eppler and H. Fasel (editors). Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York 1980, p. 277 ... 287.
- [25] Hackeschmidt, M.: The methodological significance of elektroanalogue models. elektrowärme international 39 (1981) B4, August, S. B 176 ... B 181.
- [26] Beyer, O.; Girlich, H.-J.; Zschische, H.U.: Stochastische Prozesse und Modelle. B.S.B. B.G. Teubner Verlagsgesellschaft Leipzig 1982

**Anschrift des Verfassers:**

Prof. Dr.-Ing. habil. Manfred Hackeschmidt  
Hochschule für Verkehrswesen „Friedrich List“  
Sektion Fahrzeugtechnik  
8010 Dresden  
Friedrich-List-Platz 1