

Zur Ausregelung von Torsionsschwingungen an einer Rotationsdruckmaschine

Dietrich Müller, Konrad Küßner

1. Einleitung und Problemstellung

Zur Sicherung der Qualität der Druckerzeugnisse ist es notwendig, Maßnahmen zur Verringerung von Torsionsschwingungen im Antriebssystem der Druckmaschinen zu realisieren. Das kann durch verschiedene Methoden mit mehr oder weniger großem Aufwand erreicht werden.

Im folgenden wird ein Verfahren vorgestellt, das durch den Entwurf geeigneter Regelungen eine Beeinflussung der dynamischen Eigenschaften über zusätzliche oder bereits im System vorhandene Steuerelemente sichert. Speziell wird am Modell einer relativ einfachen Druckmaschinenvariante untersucht, unter welchen Bedingungen der Gleichstromantrieb die Rolle eines aktiven Elementes zur Ausregelung von Torsionsschwingungen übernehmen kann, ohne daß Konzeption und Funktion der Antriebsregelung verändert werden. Es ist nachzuweisen, daß durch die zusätzliche Rückführung geeigneter Ausgangsgrößen eine Verbesserung des Schwingungsverhaltens in dem Sinne erreicht wird, daß bestimmte Eigenwerte aus dem Eigenwertspektrum in der komplexen Ebene hinreichend nach links verschoben werden (aktive Dämpfung).

Das Steuersignal für die zusätzliche Regelung wird auf den Eingang des Stromreglers im unterlagerten Stromregelkreis der vorhandenen Antriebsregelung geführt, da dieser wesentliche Funktionen für die Aussteuerung der Leistungselektronik realisiert.

Im folgenden sei vorausgesetzt:

das mittlere Antriebsmoment ist an jeder Stelle des Systems größer als die Amplitude des überlagerten Wechselmomentes,

die Amplitude der auf den Stromregler geführten Steuergröße erreicht nur solche Werte, daß die Amplitudenbegrenzung im Stromregler nicht anspricht.

Es wird somit eine wesentliche Vereinfachung der Aufgabenstellung erreicht, da mit der Ausschaltung des Spiels ein lineares Modell vorliegt, und bei hinreichend kleinen Änderungen der Steuervariablen die Theorie der linearen optimalen Steuerung ohne Beschränkung des Stellraumes angewendet werden darf [3], [4].

2. Analyse und Modellierung des Systems

2.1. Systemgleichungen

Bild 2-1 konkretisiert die Zusammenhänge zwischen dem drehzahleregelten mechanischen System (Druck-

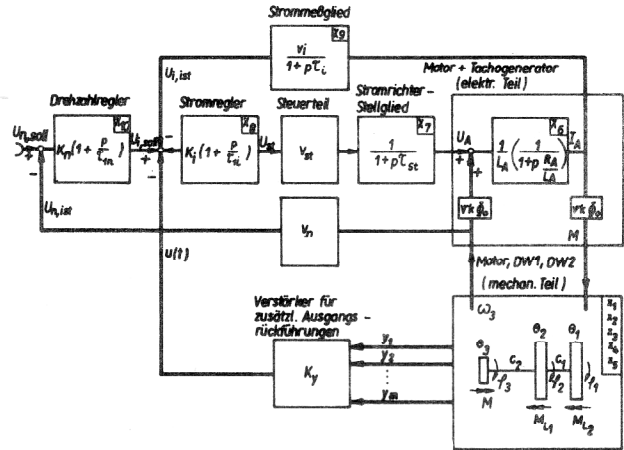


Bild 2-1
Blockschaltbild

maschine) und der zu realisierenden Steuerung $u(t)$ zur Ausregelung von Torsionsschwingungen.

Das Berechnungsmodell für das mechanische System ohne Antriebsregelung ist im Bild 2-2a dargestellt.

Es repräsentiert eine Maschine, die aus zwei Doppeldruckwerken DW1, DW2 und einem Antriebsmotor besteht. Andere Aggregate wurden nicht berücksichtigt, da wegen der i. a. torsionsweichen Ankopplung die Rückwirkung auf die Druckwerke vernachlässigbar ist. Zur Elimination der Übersetzungsverhältnisse im Antriebssystem wurden auf der Basis gleicher Energiebilanz alle Systemparameter auf eine mit der Winkelgeschwindigkeit Ω rotierende Welle des Antriebssystems bezogen, die zum Motor das Übersetzungsverhältnis ν hat.

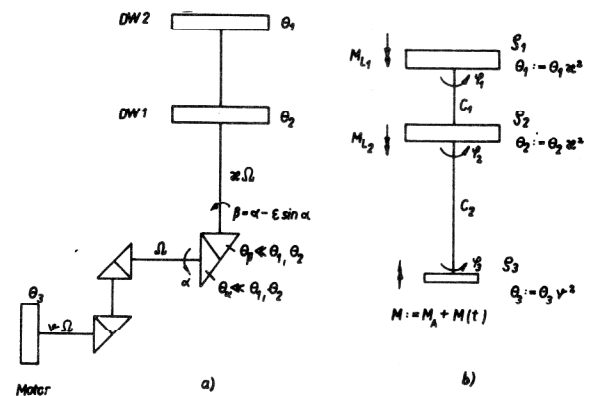


Bild 2-2
Berechnungsmodelle

Es entsteht dann das im Bild 2–2b dargestellte Modell, welches allen folgenden Berechnungen zugrunde gelegt ist.

Die elastischen Eigenschaften von Getriebestufen, Wellen und Kupplungen sind in den Torsionsfederkonstanten c_1, c_2 zusammengefaßt. An den Systemmassen mit den Massenträgheitsmomenten $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$ wird Absolutdämpfung nach einem geschwindigkeitsproportionalen Dämpfungsgesetz mit den Dämpfungskonstanten ρ_1, ρ_2, ρ_3 angenommen.

Das mechanische System unterliegt einer periodischen Zwangserregung, welche hier durch eine ungleichförmig übertragende Kegelradstufe (Fertigungstoleranzen) vor dem unteren Druckwerk gegeben sein möge (vgl. Bild 2–2a). Mit der Übertragungsbeziehung $\beta = \alpha - \epsilon \sin \alpha$, $\epsilon \ll 1$ sowie

$$\begin{aligned} \varphi_i &= \Omega t + \psi_i, \quad (i = 1, 2, 3), \\ \alpha &= \kappa \Omega t + \psi_\alpha, \end{aligned} \quad (2.1)$$

erhält man bei Vernachlässigung aller Glieder höherer Ordnung in ϵ und Abspaltung der stationären Lösung das Dgl.-System (2.2) für den mechanischen Teil, wobei die ψ_i kleine Abweichungen von der stationären Drehbewegung darstellen:

$$\begin{aligned} \Theta_1 \ddot{\psi}_1 + \rho_1 \dot{\psi}_1 + c_1 (\psi_1 - \psi_2) &= 0, \\ \Theta_2 \ddot{\psi}_2 + \rho_2 \dot{\psi}_2 + c_1 (\psi_2 - \psi_1) + c_2 (\psi_2 - \psi_3) &= M_\epsilon(t), \\ \Theta_3 \ddot{\psi}_3 + \rho_3 \dot{\psi}_3 + c_2 (\psi_3 - \psi_2) &= -M_\epsilon(t) + M(t), \end{aligned} \quad (2.2)$$

mit

$$M_\epsilon(t) = \epsilon c_2 \sin \kappa \Omega t. \quad (2.3)$$

Setzt man

$$\begin{aligned} x_1 &:= \dot{\psi}_1 = \omega_1, \quad x_2 := \psi_2 - \psi_1 = \psi_{12}, \quad x_3 := \dot{\psi}_2 = \omega_2, \\ x_4 &:= \psi_3 - \psi_2, \quad x_5 := \dot{\psi}_3 = \omega_3, \end{aligned} \quad (2.4)$$

dann ergibt sich mit dem Motormoment

$$M(t) = \nu k \Phi_o I_A = \nu k \Phi_o x_6 \quad (2.5)$$

die Zustandsraumdarstellung (2.6) anstelle von (2.2):

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{\rho_1}{\Theta_1} x_1 + \frac{c_1}{\Theta_1} x_2, \\ \dot{x}_2 &= -x_1 + x_3, \\ \dot{x}_3 &= -\frac{c_1}{\Theta_2} x_2 - \frac{\rho_2}{\Theta_2} x_3 + \frac{c_2}{\Theta_2} x_4 + \epsilon \frac{c_2}{\Theta_2} \sin \kappa \Omega t, \\ \dot{x}_4 &= -x_3 + x_5, \\ \dot{x}_5 &= -\frac{c_2}{\Theta_3} x_4 - \frac{\rho_3}{\Theta_3} x_5 + \frac{\nu k \Phi_o}{\Theta_3} - \epsilon \frac{c_2}{\Theta_2} \sin \kappa \Omega t. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Die erste Glg. in (2.4), die lediglich eine im Rahmen dieser Aufgabe uninteressante Integration der Zustandsvariablen x_1 realisiert, wurde dabei nicht mehr berücksichtigt.

Die Zustandsgleichungen für den drehzahleregelten Gleichstrommotor [1] lassen sich direkt in der Form (2.7) anschreiben, wenn als Zustandsgrößen die Integratorausgänge der einzelnen Strukturelemente des Regelkreises (vgl. Bild 2–1) verwendet werden.

$$\begin{aligned} \dot{x}_6 &= -\frac{\nu k \Phi_o}{L_A} x_5 - \frac{R_A}{L_A} x_6 + \frac{1}{L_A} x_7, \\ \dot{x}_7 &= -\frac{1}{\tau_{St}} x_7 + \frac{\nu St}{\tau_{St}} [x_9 + K_i (x_{11} - x_{10} - K_n \nu v_n x_5)] + \\ &\quad + \frac{\nu St}{\tau_{St}} K_i K_n u_{n, \text{soll}} - \frac{\nu St}{\tau_{St}} K_i u(t), \\ \dot{x}_8 &= \frac{K_i}{\tau_{1i}} (-K_n \nu v_n x_5 - x_{10} + x_{11}) + \\ &\quad + \frac{K_i K_n}{\tau_{1i}} u_{n, \text{soll}} - \frac{K_i}{\tau_{1i}} u(t), \\ \dot{x}_9 &= \frac{v_i}{\tau_i} x_6 - \frac{1}{\tau_i} x_9, \\ \dot{x}_{10} &= -\frac{K_n}{\tau_{1n}} \nu v_n x_5 + \frac{K_n}{\tau_{1n}} u_{n, \text{soll}}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Die Abspaltung einer durch Antriebsmoment M_A und Lastmoment M_L geprägten stationären Lösung wurde dabei schon vollzogen. Die x_i ($i = 6, \dots, 10$) repräsentieren somit ebenfalls kleine Änderungen um eine stationäre Bewegung.

Die Größe $u_{n, \text{soll}}$ bezeichnet eine Verstellung des Drehzahlswertes und stellt ebenso wie die periodische Störung (2.3) eine weitere Eingangsgröße für das System dar.

Die Kopplungen zum mechanischen System sind durch das Motormoment (2.4) und $x_5 = \omega_3$ (Drehzahlrückführung, Gegen-EMK) gegeben.

Es ist zweckmäßig, neben einem dimensionslosen Zeitmaßstab $\tau = t/T_o$ auch für die übrigen Systemgrößen dimensionslose Variable einzuführen. Mit dem n -Zustandsvektor \mathbf{x} , dem r -Steuervektor \mathbf{u} , dem q -Störvektor

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_\epsilon(\tau)/M_o \\ u_{n, \text{soll}}(\tau)/U_o \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

sowie Matrizen $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{E}$ passenden Formats, wird dann das Dgl.-System (2.6), (2.7) wie üblich als Vektor-Dgl.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{E}\mathbf{z} \quad (2.9)$$

formuliert.

Weiterhin werden die für eine Rückführung vorgesehenen Ausgangsgrößen im m -Vektor \mathbf{y} und die im Gütekriterium zu bewertenden Systemgrößen (vgl. Abschnitt 3) in einem s -Vektor \mathbf{y}_k zusammengefaßt.

Dann gelten folgende Ausgangsgleichungen:

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{G}\mathbf{z}, \quad (2.10)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{F}\mathbf{z}. \quad (2.11)$$

Auf eine explizite Angabe der Systemmatrizen wird verzichtet, auch wenn im folgenden einige numerische Resultate mitgeteilt werden.

2.2. Eigenwertspektrum, Steuerbarkeit, Beobachtbarkeit

Aus der homogenen Gleichung (2.9) folgt die Eigenwertaufgabe $(A - \lambda E)h = 0$ mit drei konjugiert komplexen Eigenwertpaaren (vgl. Tabelle 1). Von besonderem Interesse ist das durch die Antriebsregelung kaum beeinflussbare Paar $\lambda_{3,4}$. Im zugehörigen Eigenvektor überwiegt die Komponente h_2 (Relativverdrehung der beiden Druckwerke).

Dazu gehört eine Resonanzüberhöhung im Amplitudengang¹⁾ von $x_2 = \psi_{12}$ (Maximalwert $\hat{\psi}_{12}$) in der Umgebung der Frequenz $\kappa \Omega = \frac{1}{T_0} / \text{Im}(\lambda_{3,4})$. Die Größe von $\hat{\psi}_{12}$ ist im wesentlichen eine Funktion von $\text{Re}(\lambda_{3,4})$.

Somit besteht die Aufgabe, das Eigenwertpaar $\lambda_{3,4}$ in der komplexen Ebene hinreichend nach links zu verschieben, was die Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit des Paares $\lambda_{3,4}$ voraussetzt. Der analytische Nachweis dieser Eigenschaften für das Gesamtsystem ist praktisch kaum durchführbar. Hier ist eine Beurteilung nur auf Grund numerischer Resultate möglich.

Man erhält jedoch bereits wesentliche Informationen, wenn zunächst für das mechanische System (2.6) untersucht wird, ob vollständige Steuerbarkeit bezüglich der Steuerung (2.5) und vollständige Beobachtbarkeit über geeignete Ausgangsgrößen vorliegt (notwendige Bedingung für die vollständige Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit des gesamten Systems (2.9)).

Es sei \bar{A} die (5,5) Systemmatrix von (2.6) und $b^T = (0,0,0,0,M)$ der entsprechende Steuervektor. Man zeigt dann leicht, daß die Steuerbarkeitsmatrix $Q_B = (b, \bar{A}b, \bar{A}^2 b, \bar{A}^3 b, \bar{A}^4 b)$ den vollen Rang hat, das mechanische System somit über das Moment $M(t)$ vollständig steuerbar ist.

Analog ergeben Ranguntersuchungen der Matrix $Q_C = (C, \bar{A}^T C^T, (\bar{A}^T)^2 C^T, (\bar{A}^T)^3 C^T, (\bar{A}^T)^4 C^T)$, daß vollständige Beobachtbarkeit dann vorliegt, wenn z. B. neben der Messung der Relativverdrehung x_2 wenigstens eine absolute Winkelgeschwindigkeitsmessung vorgenommen wird. Mit der Messung von $x_5 = \omega_3$ allein ist das mechanische System nicht vollständig beobachtbar. Damit ist die schwache Beeinflussbarkeit von $\lambda_{3,4}$ durch die vorhandene Antriebsregelung erklärt.

Die vollständige Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit des Gesamtsystems läßt sich nach einer Ähnlichkeitstransformation $x = T\tilde{x}$ der Matrix A in (2.9) auf Diagonalf orm beurteilen (einfache Eigenwerte vorausgesetzt). Bei einer solchen modalen Analyse darf keine Zeile in $T^{-1}B$ Nullzeile und keine Spalte in CT Nullspalte sein [2]. Mit den auch für die Ermittlung einer optimalen Rückkopplungslösung zugrundegelegten Parametern ergeben sich z. B. die in Tabelle 1 angeführten Werte für $T^{-1}B$ und $(CT)^T$.

Man erkennt, daß alle Eigenwerte steuerbar und bis auf λ_7 auch über eine Messung der Ausgangsgrößen ω_1, ψ_{12} und ω_2 (vgl. 2.4) beobachtbar sind.

1) Unter dem Begriff Amplitudengang wird hier der Betrag der Frequenzantwort des Systems auf die Zwangserregung z_1 , deren Amplitude nicht beeinflussbar ist, verstanden.

3. Zur Problematik des Entwurfs von Regelungen auf der Basis von Zustandsraumdarstellungen

Ausgehend von einer Beschreibung des Systems durch Zustandsgleichungen der Form (2.9), soll hier die gut ausgearbeitete Theorie der linearen optimalen Regelung [3] bis [6] zum Entwurf der Zusatzregelung (vgl. Bild 2-1) herangezogen werden.

Die Entwurfsaufgabe wird dazu bei

$$z(t) \equiv 0$$

und unter Verwendung eines quadratischen Gütefunktional als Optimierungsproblem formuliert:

$$J \{ u(\cdot) \} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (y_k^T Q_y y_k + u^T R u) dt \rightarrow \min. \quad (3.1)$$

Die Wichtungsmatrizen Q_y und R müssen dabei von passendem Format sowie positiv semidefinit bzw. positiv definit sein. Mit dem ersten Term von (3.1) wird das Verhalten der im Vektor y_k (vgl. Gl. (2.11)) zusammengefaßten Ausgangsgrößen, mit dem zweiten der Stellaufwand für die Regelung bewertet.

Als Lösung von (3.1) ergibt sich die Stellgröße $u(t)$, die als zeitunabhängige Linearkombination sämtlicher Zustandsgrößen (proportionale Zustandsrückführung ZRF) dargestellt werden kann [3], [4]:

$$u = Kx. \quad (3.2)$$

Der Mehrgrößenregler (3.2) ist sowohl hinsichtlich seiner Struktur als auch seiner Parameter optimal und liefert das bestenfalls erreichbare Regelergebnis. Wie bereits im Abschnitt 2 erwähnt, stehen im hier betrachteten Fall lediglich m meßbare Ausgangsgrößen mit $m < n$ (vgl. Gl. (2.10)) für die Rückführung zur Verfügung. Die einfachste Art einer (suboptimalen) Rückführung ist dann die proportionale Ausgangsrückführung ARF [7], [8]

$$u = K_y y. \quad (3.3)$$

Im Rahmen dieses Beitrages werden nur die Regelstrukturen (3.2) und (3.3) verwendet. Andere Regelungskonzepte, die auf eine Rekonstruktion des Zustandes hinauslaufen und auf komplizierte Regeleinrichtungen mit dynamischen Anteilen führen, werden hier nicht betrachtet (Beobachter [9], dynamische Kompensatoren [10]).

4. Diskussion des Ansatzes zur Modellierung des Entwurfszieles

Die Regelungsaufgabe im betrachteten Entwurfsbeispiel lautet hier wie folgt: Innerhalb des Arbeitsbereichs der Maschine ($0 \leq \kappa \Omega T_0 \leq 1,30$) ist der Maximalwert $\hat{\psi}_{12}$ des Amplitudenganges der durch die periodische Zwangserregung $z_1(t)$ hervorgerufenen Schwingungen von ψ_{12} (s. Gln. (2.3) und (2.8)) auf mindestens ein Drittel des Maximalwertes im unregelmäßigten Fall²⁾ zu verringern. Dabei dürfen Stromregler und Drehzahlregler nicht übersteuert werden (siehe Bild 2-1):

$$\begin{aligned} |\bar{u}_{i,\text{soil}}| + |u_{i,\text{soil}}| &< u_0, \\ |\bar{u}_{\text{St}}| + |u_{\text{St}}| &< u_0. \end{aligned} \quad (4.1)$$

2) System ohne Zusatzregelung

Durch diese Bedingungen ist zunächst der zulässige Bereich für das Systemverhalten gegeben. Innerhalb des zulässigen Bereichs wird gefordert, die Zusatzregelrichtung so zu entwerfen, daß der Wert $\hat{\psi}_{12}$ so klein wie möglich wird. Dabei sind die folgenden Nebenbedingungen zu beachten:

Die außerhalb des Bereichs um $\hat{\psi}_{12}$ liegenden Teile des Amplitudenganges dürfen gegenüber dem unregulierten Fall nicht wesentlich entdämpft werden. Insbesondere soll vermieden werden, die zum Eigenwertpaar $\lambda_{1,2}$ gehörende Resonanzstelle in den Arbeitsbereich der Maschine zu verschieben.

Das Zeitverhalten von ω_3 nach einem Sprung des Sollwertes $z_2 = u_{n,soll}$ (vgl. Gl. (2.8)) darf sich gegenüber dem unregulierten Fall nicht wesentlich verschlechtern.

Der mit (3.1) gegebene mathematische Ansatz ist gut zur Modellierung dieser z. T. nur verbal formulierten Güteforderungen geeignet. Bei der Bearbeitung ähnlicher Probleme [11], [12] hat es sich darüber hinaus erwiesen, daß es in Verbindung mit einer geeigneten Normierung von y_k genügt, anstelle von (3.1) ein vereinfachtes Kriterium

$$J \left\{ u(\cdot) \right\} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \left\{ q_y y_k^T y_k + u^T R u \right\} dt \quad (4.2)$$

mit einem freien skalaren Parameter q_y anzusetzen. Im betrachteten Entwurfsbeispiel entartet R zu einem Skalar, der gleich Eins gesetzt wird. Voruntersuchungen erbrachten, daß es hier weiterhin ausreicht, in den Vektor y_k lediglich die Größe ψ_{12} aufzunehmen, womit sich im Falle einer einzigen Eingangsgröße $u(t)$ schließlich für (4.2) ergibt:

$$J \left\{ u(\cdot) \right\} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \left\{ q_y \cdot \psi_{12}^2 + u^2 \right\} dt. \quad (4.3)$$

Mit (4.3) ist die Aufgabe der Minimierung des Maximalwertes $\hat{\psi}_{12}$ des Amplitudenganges durch die Minimierung eines Integrals über das zeitliche Verhalten der Größe $\psi_{12}(t)$ ersetzt worden. Die Rechnungen ergaben erwartungsgemäß, daß im interessierenden Parameterbereich zwischen diesen beiden Beurteilungskriterien ein enger gleichsinniger Zusammenhang besteht. Damit kann der Ausdruck (4.3) als Entwurfskriterium benutzt werden.

Aus der Analyse des Systems (vgl. Abschnitt 2.2) geht hervor, daß der Maximalwert $\hat{\psi}_{12}$ eng mit dem Realteil des komplexen Eigenwertpaares $\lambda_{3,4}$ korrespondiert. Als Anhaltspunkt für die Auswirkung der Wahl von q_y auf ψ_{12} kann somit auch die Verschiebung dieses Eigenwertpaares in der komplexen Ebene nach links angesehen werden.

Die numerischen Ergebnisse zur Modellierung des eingangs formulierten Entwurfszieles werden im folgenden Kapitel mitgeteilt, da bei der gewählten Entwurfsstrategie der geeignetste Wert von q_y und die optimale Regelrichtung gleichzeitig zu bestimmen sind.

5. Entwurf der Zusatzregelrichtung

Ausgehend von den vorhergehenden Abschnitten, sollen hier einige Ergebnisse und Erfahrungen beim Entwurf verschiedener Varianten einer Zusatzregelrichtung mitgeteilt werden.

5.1. Berechnungsverfahren für Zustands- und Ausgangsrückführungen

Um einen Anhaltspunkt für das überhaupt erreichbare Regelergebnis zu erhalten, wird zunächst eine optimale ZRF nach Gl. (3.2) entworfen. Die Rückführmatrix K berechnet sich dabei über die Lösung P der quadratischen Matrixgleichung [3,4]

$$PA + A^T P + Q - PBR^{-1} B^T P = 0 \quad (5.1)$$

mit

$$K := -R^{-1} B^T P \quad (5.2)$$

$$Q := H^T Q_y H = q_y H^T H \quad (5.3)$$

P : (n,n) -Matrix, positiv definit.

Zur numerischen Lösung von Gl. (5.1) wurden die im Programmpaket [13] realisierten Verfahren von Kleinman [14] und ein Eigenwertverfahren [3], [4], [8] (unter Benutzung des QR-Algorithmus [15]) eingesetzt. Angesichts der relativ niedrigen Systemordnung ($n=10$) traten keinerlei numerische Probleme auf.

Da nicht sämtliche Zustandsgrößen meßtechnisch zur Verfügung stehen, werden hier ARF entsprechend Gl. (3.3) auf der Basis von meßbaren Ausgangsgrößen mit $m < n$ (vgl. Gl. (2.10)) entworfen. Die Minimierung von (4.3) unter der Nebenbedingung (3.3) führt unter zusätzlichen Annahmen über den Anfangswert x_0 auf das folgende nichtlineare Matrixgleichungssystem für K_y [7]:

$$(A + BK_y C)^T P + P(A + BK_y C) + Q + C^T K_y^T R K_y C, = 0 \quad (5.4)$$

$$(A + BK_y C) L + L(A + BK_y C)^T + I, = 0 \quad (5.5)$$

$$K_y = -R^{-1} B^T P L C^T (C L C^T)^{-1}, \quad (5.6)$$

wobei die positiv definiten (n,n) -Matrizen P und L Hilfsgrößen darstellen. Zur numerischen Lösung von (5.4) bis (5.6) wurde ein im Programmpaket [13] enthaltenes Iterationsverfahren benutzt, das auf die wiederholte Lösung linearer Matrixgleichungen vom Ljapunow-Typ hinausläuft [8].

5.2. Ermittlung einer günstigen Kombination von Ausgangsgrößen und Entwurf des optimalen Reglers

In diesem Abschnitt sollen die Entwurfsergebnisse – in Verbindung mit der Festlegung des Parameters q_y und der Auswahl geeigneter Ausgangsgrößen entsprechend Gl. (2.11) – zusammengestellt werden.

In den Bildern 5–1 bis 5–3 sind zunächst die Ortskurven der drei komplexen Eigenwertpaare des geregelten Systems (vgl. Tabelle 1) sowie die Amplitudengänge von ψ_{12} und u jeweils in Abhängigkeit vom Parameter q_y dargestellt. Dabei werden die Regler (3.3) bzw. (3.5)

Bild 5-1
Ortskurve der drei komplexen
Eigenwertpaare in Abhängigkeit von q_y

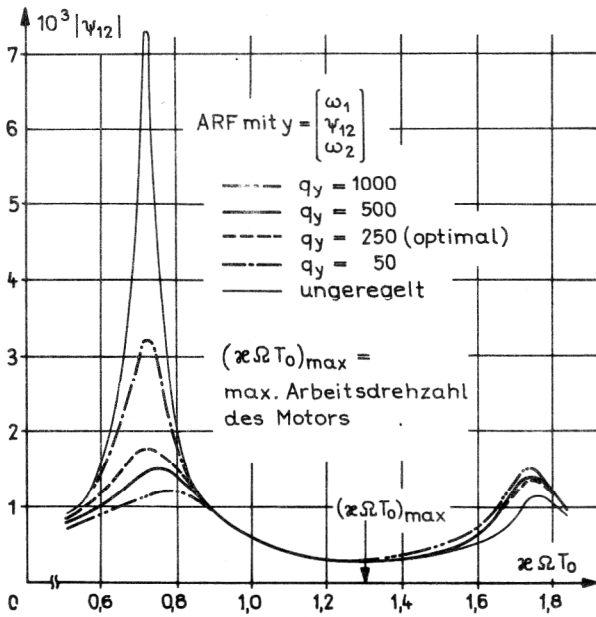
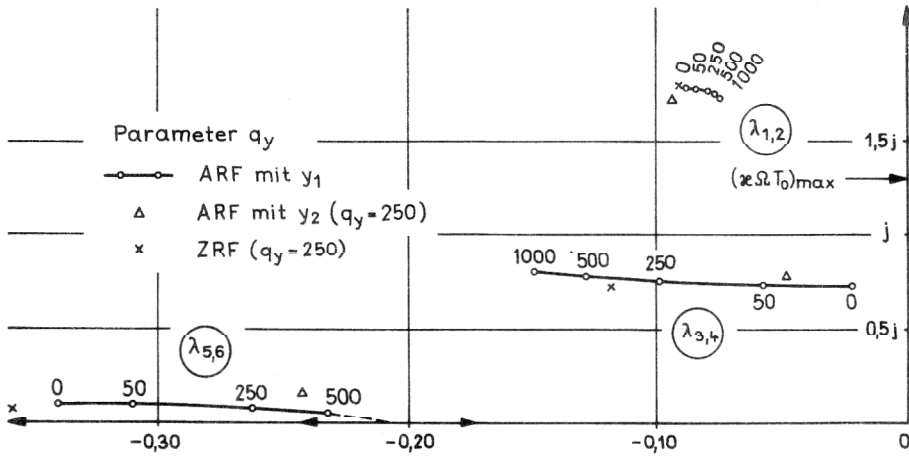


Bild 5-2
Amplitudengänge von ψ_{12} in Abhängigkeit von q_y

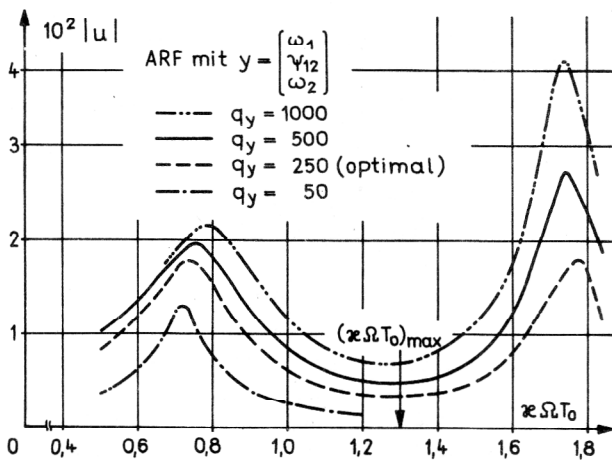


Bild 5-3
Amplitudengänge von u in Abhängigkeit von q_y

zugrunde gelegt. Als geeignetster Wert wird sowohl im Fall der ZRF als auch der ARF $q_y = 250$ ausgewählt, womit gleichzeitig auch die optimalen Regler gegeben sind. Der so festgelegte optimale Fall genügt zunächst den in Abschnitt 4. formulierten Restriktionen für den zulässigen Bereich und wurde so ausgewählt, daß der Maximalwert $\hat{\psi}_{12}$ bei angemessenem Stellaufwand für u sowie bei vertretbarer Entdämpfung der zum Eigenwertpaar $\lambda_{1,2}$ gehörenden Eigenform (Resonanzstelle außerhalb des Arbeitsbereiches der Maschine) so klein wie möglich wird. Als weiterer Gesichtspunkt wird berücksichtigt, daß das Eigenwertpaar $\lambda_{5,6}$ nur bis in die Nähe des entsprechenden aperiodischen Grenzfalles verschoben wird (vgl. Bild 5-3). Das Führungsverhalten der Motordrehzahl ω_3 wird gegenüber dem unregulierten Fall in der Weise verändert, daß sich nach einem Sprung von $u_{n,soll}$ der stationäre Wert $\bar{\omega}_3$ erst nach etwa der vierfachen Zeit bei einmaligen Überschwingungen auf ca. $1,3 \bar{\omega}_3$ einstellt.

Während mittels der optimalen ZRF eine Verringerung von $\hat{\psi}_{12}$ auf 22 % gegenüber dem unregulierten Fall erreicht wird, liegt der mittels der optimalen ARF erreichte Wert mit 25,5 % nur unwesentlich darüber. Die zu $\lambda_{3,4}$ gehörende Resonanzstelle bleibt dabei nahezu unverändert (nur unwesentliche Verschiebung in Ordinateurichtung).

Die Größe des Güteverlustes im Kriterium (4.3) bei Verwendung eines Reglers (3.3) gegenüber einer ZRF hängt entscheidend von der Anzahl und der Auswahl der Meßgrößen in Gl. (2.10) ab. Er sollte vom Standpunkt der Güteforderungen aus möglichst klein gehalten werden. Dem gegenüber stehen die Kosten für die Einrichtung zusätzlicher Meßstellen. Im vorliegenden Fall wurden unter Verzicht auf ein rein systematisches Vorgehen (vgl. auch [16]) lediglich die folgenden Kombinationen von Ausgangsgrößen, die sich aus technologischer Sicht sowie aus dem Vergleich der Elemente der Reglermatrix K bei ZRF anbieten, untersucht:

$$y_1 = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \psi_{12} \\ \omega_2 \end{bmatrix}; \quad y_2 = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix}; \quad y_3 = (\omega_1 - \omega_2); \quad y_4 = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix}$$

Während sich bei y_4 ungünstige Verhältnisse im Amplitudengang der Stellgröße ergeben und bei y_2 und y_3

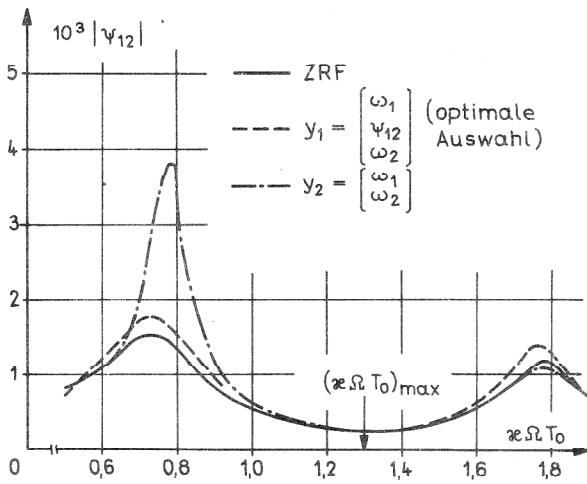


Bild 5-4
Amplitudengänge von ψ_{12} bei Verwendung verschiedener Ausgangsgrößen

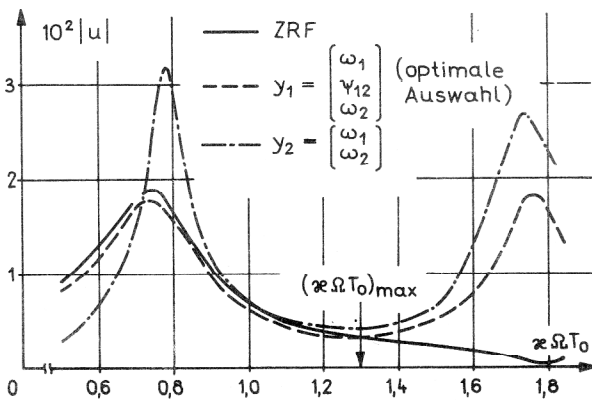


Bild 5-5
Amplitudengänge von u bei Verwendung verschiedener Ausgangsgrößen

die Anforderungen an die Regelgüte nicht erfüllt werden können (y_2 und y_3 führen dabei auf fast identische Ergebnisse), liefert y_1 ein sehr gutes und den Güteforderungen genügendes Ergebnis (vgl. Bilder 5-4 und 5-5). Dabei reicht es aus, lediglich die Ausgangsgrößen ω_1 und ω_2 zu messen und ψ_{12} entsprechend (2.4)

$$\psi_{12} = \int (\omega_1 - \omega_2) dt$$

im Regler durch eine Integration zu rekonstruieren.

LITERATUR

- [1] Kessler, C.: Über die Vorausberechnung optimal abgestimmter Regelkreise. *rt* 2 (1954), 274-282.
- [2] Lückel, J.; Müller, P. C.: Analyse von Steuerbarkeits-, Beobachtbarkeits- und Störbarkeitsstrukturen linearer zeitinvarianter Systeme. *Regeltechnik*, 23 (1975), 163-171.
- [3] Athans, M.; Falb, F. L.: *Optimal Control*, McGraw-Hill, New York, 1966.
- [4] Anderson, B.D.O.; Moore, J.B.: *Linear Optimal Control*, Prentice-Hall, London, 1971.
- [5] Wehrich, G.: *Optimale Regelung linearer deterministischer Prozesse*. R. Oldenbourg Verlag, München, Wien 1973.
- [6] Schwarz, H.: *Optimale Regelung linearer Systeme*. Bibliographisches Institut Wissenschaftsverlag, Mannheim, Wien, Zürich, 1976.
- [7] Levine, W. S.; Athans, M.: On the determination of the optimal constant output feedback gains for linear multi-variable systems. *IEEE Trans. Aut. Control*, AC-15 (1970), 44-48.
- [8] Küßner, K.; Martin, K.: Übersicht über numerische Verfahren zum Entwurf von optimalen Regelungen im Zustandsraum. Zur Veröffentlichung in der *msr* eingereicht.
- [9] Luenberger, D. G.: Observing the state of a linear system. *IEEE Trans. on Military Electronics*, MIL-8 (1964), 74-80.
- [10] Rybak, J.; Korn, U.: Zur Anwendung des Prinzips der dynamischen Kompensation auf aperiodisch gestörte Mehrgrößensysteme. *msr* 19 (1976), 171-174.

Tabelle 1

Eigenwertspektrum, modale Steuerbarkeits- und Beobachtbarkeitsanalyse für das Gesamtsystem

j	λ_j	$(T^T B)_{2j}$	$(CT)_{1j}$	$(CT)_{2j}$	$(CT)_{3j}$
1,2	$0,0090 \pm i \cdot 1,7766$	$-0,1397 \mp i \cdot 0,0252$	$0,0000 \pm i \cdot 0,0005$	$0,0940 \pm i \cdot 0,0006$	$0,0000 \mp i \cdot 0,0054$
3,4	$0,0263 \pm i \cdot 0,7213$	$0,0006 \mp i \cdot 0,0078$	$0,1340 \mp i \cdot 0,0079$	$-0,0874 \mp i \cdot 1,1085$	$-0,4433 \pm i \cdot 0,0235$
5,6	$0,3411 \pm i \cdot 0,1053$	$0,0434 \pm i \cdot 0,0420$	$0,0022 \mp i \cdot 0,0381$	$-0,0548 \pm i \cdot 0,1428$	$0,0160 \mp i \cdot 0,0532$
7	$8,7009$	$0,5380$	$-0,0000$	$0,0000$	$-0,0000$
8	$3,9896$	$-0,7287$	$0,0000$	$-0,0001$	$0,0001$
9	$0,0976$	$0,0981$	$-0,0504$	$0,0506$	$-0,0521$
10	$0,0113$	$0,0287$	$0,0155$	$-0,0002$	$0,0155$

$$B^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_7 & b_8 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- [11] Martin, K.; Kűfner, K.; Haufe, B.: Erfahrungen beim Entwurf von zentralen und dezentralen Regelungen für umfangreiche Systeme. Vortrag 24. Int. Wiss. Kolloquium TH Ilmenau, 1979.
- [12] Röder, H. W.; Rűsel, G. S.: Entwurf optimaler Regelungen für Dampferzeuger mit Hilfe einer Strategie zur Festlegung der Bewertungsmatrizen. *msr* 22 (1979), 207–212.
- [13] Martin, K.; Kűfner, K.; Haak, B.; Haufe, B.: Programmdokumentation zum Programmpaket „Entwurf zentraler und dezentraler Regelungen für umfangreiche dynamische Systeme im Zustandsraum“. AdW ZKI, 1980, unveröffentlichtes Arbeitsmaterial.
- [14] Kleinman, D. L.: On an iterative technique for Riccati equation computations. *IEEE Trans. Aut. Control* AC-13 (1968), 114–115.
- [15] Wilkinson, J. H.; Reinsch, C.: *Handbook for Automatic Computation Vol. II: Linear Algebra*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1971
- [16] Schlegel, H.-U.: Entwurf von proportionalen Ausgangsrückführungen für lineare zeitinvariante Mehrgrößensysteme, Diplomarbeit, TU Dresden, 1981.

Anschrift der Verfasser:

Dr. Dietrich Müller
VEB Druckmaschinenwerk PLAMAG
9900 Plauen, Pausaer Straße 284

Dr. Konrad Kűfner
Akademie der Wissenschaften der DDR
Zentralinstitut für Kybernetik und
Informationsprozesse
8010 Dresden