

# Einfluß von Parameteränderungen auf das dynamische Verhalten von Gestellstrukturen

Wolfgang Tietz

## 1. Einleitung

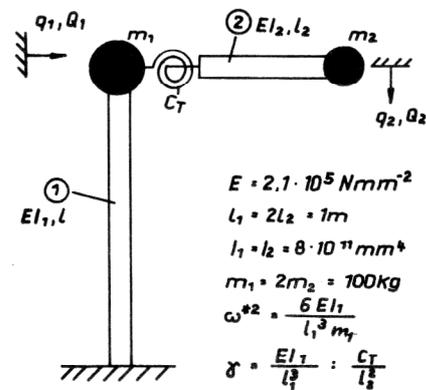
Bei Gestellstrukturen des Werkzeugmaschinenbaus wurde im Laufe der technischen Entwicklung eine ständige Verbesserung des dynamischen Verhaltens erreicht. Die statische und dynamische Nachgiebigkeit von einzelnen Baugruppen konnte auf Grund großer konstruktiver Erfahrungen und den Ergebnissen von meßtechnischen Untersuchungen in vielen Fällen schon beträchtlich gesenkt werden. Doch obwohl leistungsfähige Programme zur Berechnung von Gestellstrukturen auf Grundlage finiter Elemente vorhanden sind, weichen oftmals die Berechnungsergebnisse weit von den experimentell ermittelten Werten ab. Das ist darauf zurückzuführen, daß einige Parameter des Berechnungsmodells große Unsicherheiten aufweisen. Aus den Konstruktionsunterlagen lassen sich Elementsteifigkeiten und -massen mit guter Genauigkeit bestimmen. Dagegen können solche Parameter wie Steifigkeiten in Fugen und mit-schwingende Zusatzmassen nur abgeschätzt werden. Wegen der Entkoppelbarkeit des Schwingungsdifferentialgleichungssystems wird oft eine Linearkombination aus Massen- und Steifigkeitsmatrix als Dämpfungsansatz verwendet (vgl. z. B. [1]). Dies ist bei Gestellstrukturen ebenfalls als eine grobe Näherung zu betrachten, da der überwiegende Teil der Dämpfung in den Fugen konzentriert ist [2].

Um ein für weitere Berechnungen (z. B. Stabilitätsuntersuchungen) brauchbares Modell zu erhalten, ist eine Anpassung des a-priori-Modells an experimentell gewonnene Ergebnisse nötig [3]. Vor der Anpassung sind durch sorgfältige Überlegungen geeignete Approximationsparameter auszuwählen. Werden zu viele Parameter zur Approximation genutzt, entstehen sehr aufwendige nichtlineare Optimierungsprobleme [4] und die Gefahr des Auftretens von Nebenlösungen wächst stark an. Die Anfälligkeit des Optimierungsproblems und der hohe Aufwand stehen dabei im Widerspruch zur erreichbaren Meßgenauigkeit bei den dynamischen Untersuchungen (vgl. z. B. [5]).

Jetzt, da erste Erfahrungen bei der Anpassung größerer Gestellstrukturen gesammelt werden, müssen die Anstrengungen vor allem darauf gerichtet sein, unter Berücksichtigung der Aussagefähigkeit der Meßwerte Kriterien zu finden, die die Wahl einer geeigneten Anpassungsstrategie ermöglichen. Es kommt darauf an, den Einfluß von Änderungen einzelner Parameter auf bestimmte Teile der Nachgiebigkeitsortskurven, die Eigenfrequenzen und die Eigenschwingformen qualitativ und quantitativ abzuschätzen

## 2. Einführendes Beispiel

Mit dem Modell gemäß Bild 1 soll eine Gestellstruktur erfaßt werden, bei der die Verdrehsteifigkeit  $c_T$  nur sehr ungenau bekannt ist. Der Wert  $c_T$  soll in diesem Beispiel die Verdrehsteifigkeit der Fuge zwischen den Elementen ① und ② bestimmen.



**Bild 1**  
Einfaches Modell zur Diskussion des Einflusses der Verdrehsteifigkeit  $c_T$  auf das dynamische Verhalten des Gestells

Die Bewegungsgleichungen für das Modell lassen sich in den Formen

$$DM\ddot{\vec{q}} + \vec{q} = \vec{0} \quad (1)$$

$$D\ddot{\vec{Q}} + M^{-1}\vec{Q} = \vec{0} \quad (2)$$

schreiben. Über die Ausdrücke für die kinetische und die potentielle Energie des Systems lassen sich die Massenmatrix  $M$  und die Nachgiebigkeitsmatrix  $D$  bestimmen.

$$M = m_1 \begin{pmatrix} 1,5 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{pmatrix}; D = \frac{l_1^3}{6EI_1} \begin{pmatrix} 2 & 1,5 \\ 1,5 & 1,75 + 6\gamma \end{pmatrix}$$

In  $D$  spiegelt die dimensionslose Variable  $\gamma$  den Einfluß der Nachgiebigkeit in der Fuge wieder. Praktisch durchgeführte Messungen an Gestellen zeigen, daß bis zu 75 % der Verformung  $q_2$  infolge der statischen Last  $Q_2$  aus der Nachgiebigkeit der Fuge resultieren können. Deshalb wurden die Eigenkreisfrequenzen und Eigenschwingfor-

men des Modells im Variationsbereich  $\gamma = 0 \dots 0,7$  bzw.  $c_T = 6 \cdot 10^6 \text{ Nm} \dots \infty$  bestimmt.

$\gamma = 0$  bzw.  $c_T = \infty$  entspricht dabei einer starren Verbindung beider Elemente. Bei  $\gamma = 0,7$  bzw.  $c_T = 6 \cdot 10^6 \text{ Nm}$  resultieren etwa 70 % der Verformung  $q_2$  infolge der statischen Last  $Q_2$  aus der Fuge. In Bild 2 sind die Quadrate der auf  $\omega^*$  bezogenen Eigenkreisfrequen-

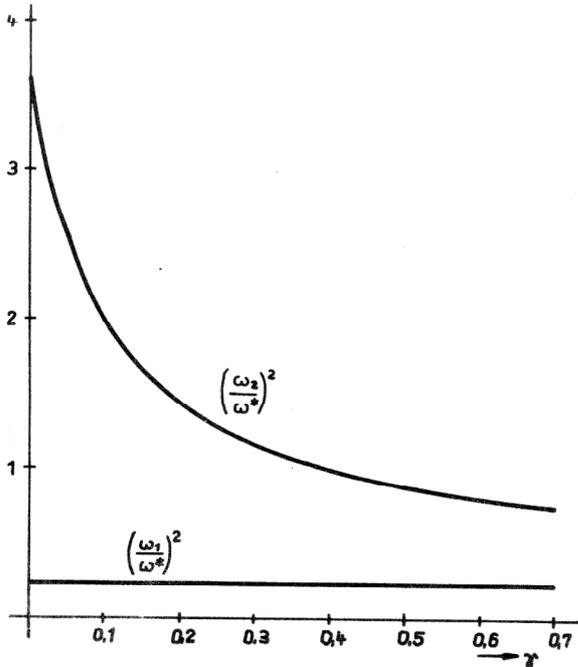


Bild 2  
Änderung der Eigenkreisfrequenzen in Abhängigkeit von  $\gamma$

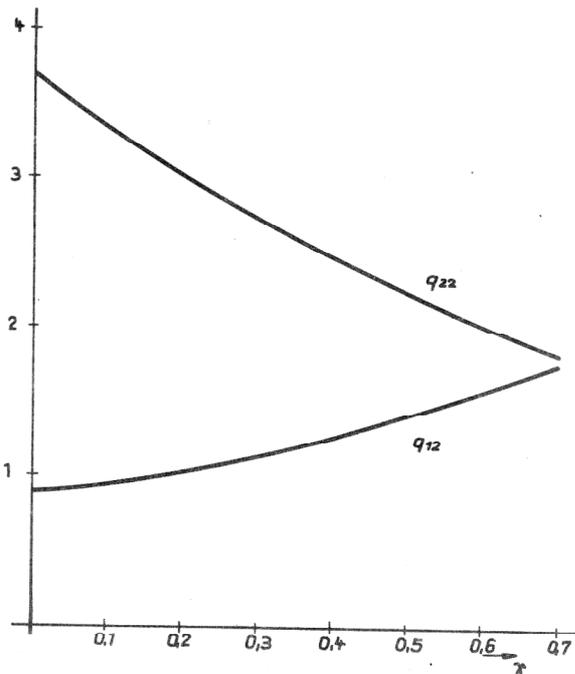


Bild 3  
Änderung der Eigenschwingformen in Abhängigkeit von  $\gamma$

zen  $\omega_1$  und  $\omega_2$  als Funktion von  $\gamma$  dargestellt. Bild 3 zeigt die Abhängigkeit der Eigenschwingungsgrößen  $q_{12}$  und  $q_{22}$  (bei Normierung  $q_{11} = 1$ ;  $q_{21} = 1$ ) von  $\gamma$ .

Aus Bild 2 und Bild 3 ist ersichtlich, daß die Änderung von  $c_T$  und damit die Änderung von  $\gamma$  auf die 1. Eigenkreisfrequenz und 1. Eigenschwingform erwartungsgemäß einen geringeren Einfluß ausübt als auf die 2. Eigenkreisfrequenz und 2. Eigenschwingform. Die 1. Eigenkreisfrequenz  $\omega_1$  ist auf Grund der bei Messungen immer auftretenden Fehler völlig ungeeignet, um die Verdrehsteifigkeit  $c_T$  zu identifizieren. Dagegen wird bei Verwendung der 2. Eigenkreisfrequenz  $\omega_2$  eine gute Abschätzung von  $c_T$  möglich sein. Die Benutzung beider Eigenkreisfrequenzen zur Bestimmung von  $c_T$  kann unter Umständen zu schlechteren Ergebnissen führen, als nur die Benutzung von  $\omega_2$ .

Für die Identifikation größerer Systeme kann erwartet werden, daß die Auswahl geeigneter Anpassungskriterien in starkem Maße den Erfolg der Untersuchungen bestimmt. Wird die Annäherung an solche Größen, die durch den zu ermittelnden Parameter nur wenig beeinflusst werden, als Kriterium benutzt, so kann das Ergebnis weit vom wahren Wert abweichen. Die Fehler, die bei der Ermittlung der als bekannt vorausgesetzten Massen- und Steifigkeitsparameter bei der Modellbildung auftreten, haben dann größere Auswirkungen auf das Anpassungskriterium als die Variation des gesuchten Parameters um ganze Größenordnungen. In [6] ist z. B. für das Berechnungsmodell einer Textilspindel der Einfluß verschiedener Parameteränderungen auf die Eigenkreisfrequenzen berechnet worden. Die dort zusammengestellten Werte bekräftigen die Forderung nach einer sorgfältigen Auswahl der Anpassungskriterien. Vor dem Lösen einer Identifikationsaufgabe ist es daher unerlässlich, genaue Voruntersuchungen anhand des a-priori-Modells und eine qualitative Auswertung der Meßergebnisse vorzunehmen.

### 3. Näherungsweise Erfassung des Einflusses von Parameteränderungen

Die im folgenden vorgestellten Verfahren sind für genügend kleine Parameteränderungen anwendbar. Genügend klein sind Parameteränderungen, wenn die Änderungen der Eigenfrequenzen so beschaffen sind, daß zwei benachbarte Eigenfrequenzen nicht zusammenfallen und auch nicht ihre Reihenfolge vertauschen. Für Systeme mit auseinanderliegenden Eigenfrequenzen können die Parameteränderungen also dennoch recht beachtlich sein.

#### 3.1. Taylorentwicklung nach der Parameteränderung

Aus dem Differentialgleichungssystem (1) erhält man mit stationären Lösungsansatz für  $\vec{q}$  das spezielle Eigenwertproblem

$$\omega_{i_0}^2 \text{DM} \vec{q}_{i_0} = \vec{q}_{i_0} \quad (3)$$

Darin sind  $\omega_{i_0}^2$  die i-te Eigenkreisfrequenz und  $\vec{q}_{i_0}$  die i-te Eigenschwingform. Wird die Gleichung (3) implizit

nach den Nachgiebigkeitsparameter  $p_k$  differenziert, so ergibt sich unter Verwendung von

$$\frac{\partial(\quad)}{\partial d_k} = (\quad)_{,k}$$

$$\omega_{i0,k}^2 \mathbf{DM} \vec{q}_{i0} + \omega_{i0}^2 \mathbf{D}_{,k} \mathbf{M} \vec{q}_{i0} + \omega_{i0}^2 \mathbf{DM} \vec{q}_{i0,k} = \vec{q}_{i0,k} \quad (4)$$

Nach Linksmultiplikation mit dem Vektor  $\vec{q}_{i0}^T \mathbf{M}$  und bei Berücksichtigung der Orthogonalitätsbeziehungen (vgl. [7]) entsteht aus Gleichung (4)

$$\omega_{i0,k}^2 = -\omega_{i0}^2 \cdot \frac{\vec{q}_{i0}^T \mathbf{MD}_{,k} \mathbf{M} \vec{q}_{i0}}{\vec{q}_{i0}^T \mathbf{MDM} \vec{q}_{i0}} = -\omega_{i0}^2 \delta_{ik} \quad (5)$$

Wird eine Taylorreihenentwicklung durchgeführt und nach dem linearen Glied abgebrochen, so ergibt sich für die Eigenkreisfrequenz  $\omega_i^2$  nach der Parameteränderung  $\Delta p_k$  die 1. Näherung zu

$$\omega_i^2 = \omega_{i0}^2 \cdot (1 - \delta_{ik} \Delta p_k) \quad (6)$$

Sollen höhere Ableitungen von  $\omega_{i0}^2$  bei der näherungsweisen Bestimmung von  $\omega_i^2$  berücksichtigt werden, so müssen die Änderungen der Eigenschwingformen unbedingt beachtet werden. Die zweiten Ableitungen der Eigenkreisfrequenzen  $\omega_{i0}^2$  nach  $p_k$  sind linear abhängig von der ersten Ableitung von  $\vec{q}_{i0}$  nach  $p_k$ . Der Beweis für diese Behauptung ist in Abschnitt 3.3. gegeben. Die in [7] hergeleitete Beziehung zur näherungsweisen Berücksichtigung aller höheren Ableitungen von  $\omega_{i0}^2$

$$\omega_i^2 = \frac{\omega_{i0}^2}{1 + \delta_{ik} \Delta p_k} \quad (7)$$

liefert nur ein besseres Ergebnis als die lineare Näherung, wenn der Verlauf der Eigenkreisfrequenz in Abhängigkeit des Parameters  $p_k$  im Entwicklungspunkt  $p_{k0}$  konkav ist. Bei konvexen Verlauf tritt eine Verschlechterung der Näherung ein, da die Änderung der Eigenschwingform nicht berücksichtigt wurde (Bild 4).

Eine in [8] aus dem Rayleigh-Quotienten hergeleitete Näherungsformel berücksichtigt ebenfalls nicht die Änderung der Eigenschwingform bei der Ermittlung höherer Näherungen und ist somit identisch mit Gleichung (7).

Die Ermittlung höherer Näherungen nach der Methode der impliziten Differentiation führt auf komplizierte Formulierungen und soll deshalb nicht untersucht werden.

Bevor eine andere Möglichkeit der Berücksichtigung höherer Näherungen vorgeschlagen wird, erfolgt ein Vergleich der Taylorentwicklung nach der Parameteränderung mit der linearen Störungsrechnung.

### 3.2. Lineare Störungsrechnung

Die lineare Störungsrechnung soll für den Fall angewendet werden, daß die Nachgiebigkeitsmatrix gestört wird.

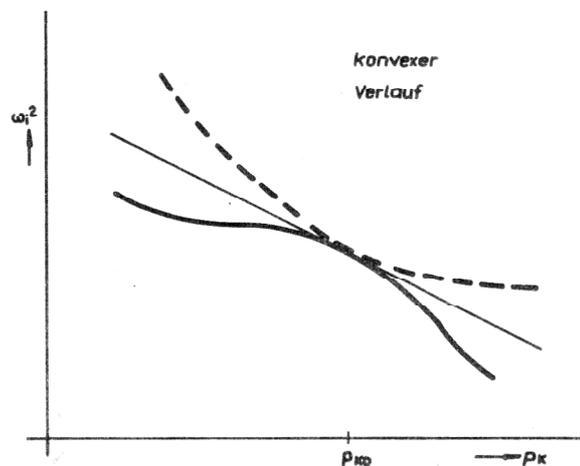
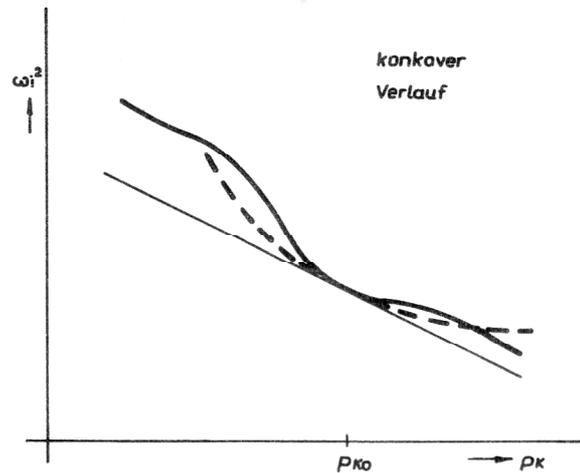


Bild 4

Vergleich der linearen Näherung nach Gleichung (6) mit der Näherung nach Gleichung (7) bei konkaven und konvexen Verlauf der Eigenkreisfrequenz

- exakter Verlauf
- lineare Näherung nach Gleichung (6)
- - - Näherung nach Gleichung (7)

die Massenmatrix jedoch unverändert bleibt. Ausgangspunkt der Überlegungen ist wieder die Gleichung (1). Wird darin zusätzlich zur Matrix  $\mathbf{D}$  eine Matrix der Störungen  $\Delta \mathbf{D}$  berücksichtigt, ergibt sich das Eigenwertproblem

$$\omega_i^2 (\mathbf{D} + \Delta \mathbf{D}) \mathbf{M} \vec{q}_i = \vec{q}_i$$

Werden die Eigenfrequenz  $\omega_i^2$  und der Eigenvektor  $\vec{q}_i$  in einen ungestörten Anteil  $\omega_{i0}^2$  bzw.  $\vec{q}_{i0}$  und einen von der Störung  $\Delta \mathbf{D}$  herrührenden Anteil  $\omega_{i1}^2$  bzw.  $\vec{q}_{i1}$  aufgespalten, so ergibt sich neben dem Differentialgleichungssystem des ungestörten Problems eine Gleichung in der ersten Ordnung der Störung:

$$\omega_{i1}^2 \mathbf{DM} \vec{q}_{i0} + \omega_{i0}^2 \mathbf{DM} \vec{q}_{i1} + \omega_{i0}^2 \Delta \mathbf{DM} \vec{q}_{i0} = \vec{q}_{i1}$$

Nach Linksmultiplikation mit  $\vec{q}_{i0}^T \mathbf{M}$  unter Berücksichtigung der Orthogonalitätsrelationen folgt

$$\omega_{i1}^2 = -\omega_{i0}^2 \frac{\vec{q}_{i0}^T \mathbf{M} \Delta \mathbf{D} \mathbf{M} \vec{q}_{i0}}{\vec{q}_{i0}^T \mathbf{M} \mathbf{D} \mathbf{M} \vec{q}_{i0}} = -\omega_{i0}^2 \epsilon_{ik} \quad (8)$$

Die lineare Störungsrechnung liefert damit für die 1. Näherung von  $\omega_i^2$  den Ausdruck

$$\omega_i^2 = \omega_{i0}^2 (1 - \epsilon_{ik}) \quad (9)$$

Aus den Gleichungen (5) und (8) ist zu erkennen, daß die implizite Differentiation und die Lineare Störungsrechnung gleiche Ergebnisse liefern, falls der Nachgiebigkeitsparameter  $p_k$  nur linear in  $\mathbf{D}$  vorkommt. Es gilt in diesem Fall:

$$\Delta \mathbf{D} = \mathbf{D}_{,k} \cdot \Delta p_k$$

und damit

$$\epsilon_{ik} = \delta_{ik} \Delta p_k$$

Unterschiedliche Ergebnisse ergeben sich immer dann, wenn der Parameter  $p_k$  nichtlinear in die Nachgiebigkeitsmatrix eingeht.

Welche der beiden linearen Näherungen in diesem Fall die besseren Ergebnisse liefert, ist abhängig vom jeweiligen Problem und kann vorher nicht ohne größeren Aufwand abgeschätzt werden. Soll der Einfluß einer Parameteränderung durch eine lineare Näherung erfasst werden, so kann von den Gleichungen (6) und (9) diejenige gewählt werden, die sich mit dem geringeren Aufwand realisieren läßt.

### 3.3. Berücksichtigung höherer Näherungen

Um höhere Näherungen berücksichtigen zu können, kann die Störungsrechnung höherer Ordnung angewendet werden. Da der Aufwand schon bei der Ermittlung der 2. Näherung beträchtlich ansteigt, wird vorher eine Hauptachsentransformation durchgeführt. Mit der Transformation

$$\mathbf{Q} = \mathbf{M}^{\frac{1}{2}} \vec{V} \quad (10)$$

und unter Voraussetzung der Diagonalgestalt der Massmatrix  $\mathbf{M}$  läßt sich das Gleichungssystem (2) in der Form

$$\mathbf{S} \vec{V} + \vec{V} = \vec{0}$$

schreiben. Mit einem stationären Ansatz für  $\vec{V}$  wird daraus das spezielle Eigenwertproblem

$$(\mathbf{S} - \lambda \mathbf{E}) \vec{V} = \vec{0} \quad (11)$$

mit

$$\lambda = \frac{\omega^{*2}}{\omega^2}$$

Die Matrix  $\mathbf{S}$  berechnet sich nach

$$\mathbf{S} = \omega^{*2} \cdot \mathbf{M}^{\frac{1}{2}} \mathbf{D} \mathbf{M}^{\frac{1}{2}}$$

und ist wie die Matrizen  $\mathbf{M}$  und  $\mathbf{D}$  symmetrisch.

Wird die Matrix  $\mathbf{D}$  durch die Matrix  $\Delta \mathbf{D}$  gestört, so ergibt sich anstatt (11) das Eigenwertproblem

$$(\mathbf{S} + \overline{\Delta \mathbf{D}} - \lambda \mathbf{E}) \vec{V} = \vec{0} \quad (12)$$

mit

$$\overline{\Delta \mathbf{D}} = \omega^{*2} \cdot \mathbf{M}^{\frac{1}{2}} \Delta \mathbf{D} \mathbf{M}^{\frac{1}{2}}$$

Mit Hilfe der Modalmatrix  $\mathbf{H}$ , die sich aus den orthonormierten Eigenvektoren  $\vec{V}$  des ungestörten Problems (11) zusammensetzt, läßt sich in (12) die Matrix  $\mathbf{S}$  auf Diagonalgestalt bringen:

$$(\tilde{\mathbf{S}} + \tilde{\mathbf{A}} - \lambda \mathbf{E}) \vec{X} = \vec{0} \quad (13)$$

mit

$$\tilde{\mathbf{S}} = \mathbf{H}^T \mathbf{S} \mathbf{H} = \text{diag} \{ \lambda_i \} \dots \text{diagonal}$$

$$\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{H}^T \overline{\Delta \mathbf{D}} \mathbf{H} = \{ \tilde{a}_{ij} \} \dots \text{symmetrisch}$$

$$\vec{V} = \mathbf{H} \vec{X}$$

$$\mathbf{H} = (\vec{V}_1, \vec{V}_2, \dots, \vec{V}_n)$$

Für das gestörte Eigenwertproblem (13) sind in [9] die Näherungen für die Eigenfrequenzen und Eigenvektoren bis einschließlich 4. Ordnung in den Störungen angegeben. Für den Näherungsansatz des Eigenwertes  $\lambda_i$  bis einschließlich 2. Ordnung in den Störungen

$$\lambda_i = \lambda_{i0} + \lambda_{i1} + \lambda_{i2}$$

ergeben sich die einzelnen Anteile zu:

$\lambda_{i0}$  ... Eigenwert des ungestörten Problems

$$\lambda_{i1} = \tilde{a}_{ii} \quad (14)$$

$\tilde{a}_{ii}$  ist das  $i$ -te Diagonalelement der Matrix  $\tilde{\mathbf{A}}$

$$\lambda_{i2} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \tilde{a}_{ij} x_{j1i} \quad \text{mit} \quad x_{j1i} = - \frac{\tilde{a}_{ji}}{\lambda_{j0} - \lambda_{i0}} \quad (15)$$

$x_{j1i}$  ist dabei die Änderung 1. Ordnung der  $j$ -ten Komponente des  $i$ -ten Eigenvektors  $\vec{X}_i$

Damit ist gezeigt, daß bei Näherungen höherer Ordnung für den Eigenwert  $\lambda_i$  die Berücksichtigung der Änderung des Eigenvektors  $\vec{X}_i$  erforderlich ist.

### 3.4. Vergleich der verschiedenen Näherungen am Beispiel

Am Modell nach Bild 1 sollen die Näherungsverfahren einander gegenübergestellt werden. Um den Entwicklungspunkt

$$c_{T0} = 2,8 \cdot 10^7 \text{ Nm} \quad (\text{das entspricht } \gamma_0 = 0,15)$$

wird für Schwankungen  $\frac{\Delta c_T}{c_{T0}}$  bis  $\pm 20\%$  eine Auswertung entsprechend den Gleichungen (6) und (9) vorgenommen. Die Auswertung der Gleichung (15) ergab gegenüber der exakten Lösung so geringe Abweichungen, daß sie sich zeichnerisch nicht mehr darstellen läßt. Für die Näherung gemäß Gleichung (6) ergeben sich mit

$$MD_{,k} M = \frac{m_1}{c_{T0} \cdot \omega^{*2}} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -0,225 \end{pmatrix}$$

$$MDM = \frac{m_1}{\omega^{*2}} \cdot \begin{pmatrix} 4,5 & 1,125 \\ 1,125 & 0,6625 \end{pmatrix}$$

$$\vec{q}_{10} = (0,88 \quad 0,48)^T \quad \vec{q}_{20} = (0,48 \quad -0,88)^T$$

die  $\delta_{ik}$  zu

$$\delta_{1k} = -0,065 \cdot \frac{1}{c_{T0}}$$

$$\delta_{2k} = -0,563 \cdot \frac{1}{c_{T0}}$$

Die Näherungsgleichungen für die beiden Eigenfrequenzen sind damit nach (6):

$$\left. \begin{aligned} \omega_1^2 &= \omega_{10}^2 \left( 1 + 0,065 \frac{\Delta c_T}{c_{T0}} \right) \\ \omega_2^2 &= \omega_{20}^2 \left( 1 + 0,563 \frac{\Delta c_T}{c_{T0}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Bei Verwendung der linearen Störungsrechnung muß zuerst die Matrix der Störung  $\Delta D$  infolge der Parameteränderung  $\Delta c_T$  ermittelt werden. Sie folgt bei Berücksichtigung der Definition von  $\gamma$ :

$$\Delta D = \frac{l_1^3}{6 EI_1} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{\Delta c_T}{c_{T0} + \Delta c_T} \\ 0 & -0,9 & \frac{\Delta c_T}{c_{T0} + \Delta c_T} \end{pmatrix}$$

Somit ist

$$M \Delta D M = \frac{m_1}{\omega^{*2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{\Delta c_T}{c_{T0} + \Delta c_T} \\ 0 & -0,225 & \frac{\Delta c_T}{c_{T0} + \Delta c_T} \end{pmatrix}$$

und für die  $\epsilon_{ik}$  entsprechend Gleichung (8) ergibt sich:

$$\epsilon_{1k} = -0,065 \frac{\Delta c_T}{c_{T0} + \Delta c_T}$$

$$\epsilon_{2k} = -0,563 \frac{\Delta c_T}{c_{T0} + \Delta c_T}$$

Die 1. Näherung der Eigenkreisfrequenzen lautet damit

$$\left. \begin{aligned} \omega_1^2 &= \omega_{10}^2 \left( 1 + 0,065 \frac{\Delta c_T}{c_{T0} + \Delta c_T} \right) \\ \omega_2^2 &= \omega_{20}^2 \left( 1 + 0,563 \frac{\Delta c_T}{c_{T0} + \Delta c_T} \right) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Die Gleichungen (16) und (17) sind neben der exakten Lösung für die 2. Eigenkreisfrequenz im Bild 5 dargestellt. Als Vergleich ist auch die Lösung nach Gleichung (7) eingetragen.

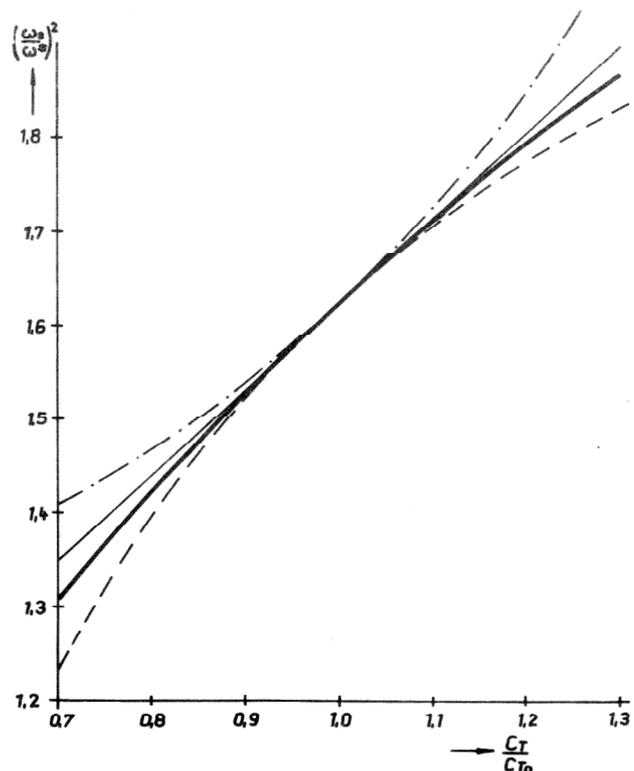


Bild 5

Vergleich der linearen Näherungen nach Gleichung (16) und Gleichung (17) mit der exakten Lösung und der Näherung nach Gleichung (7)

- exakter Verlauf
- - - lineare Näherung nach Gleichung (16)
- · - lineare Näherung nach Gleichung (17)
- · · Näherung nach Gleichung (7)

Um prinzipielle Aussagen über den Einfluß einer Parameteränderung auf eine Eigenkreisfrequenz machen zu können, eignen sich beide vorgestellten linearen Näherungen. Die Hinzunahme höherer Näherungen ist prinzipiell möglich, jedoch für Abschätzungszwecke nicht erforderlich. Am Bild 5 ist außerdem ersichtlich, daß Gleichung (7) schlechtere Ergebnisse als beide lineare Näherungen liefert.

#### 4. Zusammenfassung

Um bei Gestellstrukturen unbekannte Parameter identifizieren zu können, ist es wichtig, den Einfluß dieser Parameter auf bestimmte Schwingungsgrößen vorher abzuschätzen. Drei Methoden dazu wurden vorgestellt und an einem einfachen Beispiel verglichen. Es zeigte sich, daß für Abschätzungen eine lineare Näherung bereits ausreicht. Die aus der linearen Störungsrechnung erhaltene Gleichung (9) und die Gleichung (6) stehen dabei gleichberechtigt nebeneinander. Beide Näherungsgleichungen eignen sich auch dazu, den Einfluß von Parameterschwankungen zu erfassen. Dies kann von Interesse sein, wenn eine Maschine in Serie produziert wird und bestimmte Parameter fertigungs- und montagebedingt von Maschine zu Maschine voneinander abweichen. Es sind für einen gewissen Streubereich dieser

Parameter mit den hergeleiteten Näherungsgleichungen Aussagen über die Änderungen der dynamischen Eigenschaften möglich.

#### LITERATUR

- [1] Holzweißig, F.; Dresig, H.: Lehrbuch der Maschinendynamik, 1. Auflage. Leipzig, VEB Fachbuchverlag 1979.
- [2] Erfurt, F.; Krempel, R.: Ortskurvenberechnung und Probleme der Parameterbestimmung von Werkzeugmaschinen. Vortrag zum Problemseminar „Modellfindung und Maschinendiagnose“ in Gaußig, Dez. 1980.
- [3] Strübing, W.: Beitrag zur Identifikation mechanischer Schwingungssysteme bei vorgegebener Struktur. Diss. TU Dresden 1978.
- [4] Beer, H.-J.: Approximation von Systemkennfunktionen und Bestimmung von Systemparametern mit Hilfe eines Optimierungsverfahrens. Bericht zur 4. Tagung Festkörpermechanik Band B. Leipzig, VEB Fachbuchverlag 1979.
- [5] Schmidt, G.: Möglichkeiten zur Erhöhung der Genauigkeit bei der digitalen Spektralanalyse im Maschinenbau unter Verwendung des Hybridrechners Robotron 4200/SPOZA-2. Diss. TH Magdeburg 1979.
- [6] Dresig, H.: Beeinflussung der Eigenfrequenzen durch Parameteränderungen. Textiltechnik 27 (1977) H. 9, S. 566 – 569.
- [7] Dresig, H.: Methode zur Berechnung des Einflusses von Parameteränderungen auf die Eigenfrequenzen von Schwingungssystemen. Maschinenbautechnik 26 (1977) H. 9, S. 427 – 430.
- [8] Dresig, H.: Zur Analyse von Parametereinflüssen bei Biegeschwingungen. Vortrag zum Problemseminar „Dynamik der Turbomaschinen“ in Weißig, Dez. 1978.
- [9] Purkert, W.; vom Scheidt, J.: Eine Störungsrechnung für die Eigenwerte und Eigenvektoren zufälliger Matrizen. Beiträge zur Analysis 11 (1978), S. 113 – 135.

Anschrift des Verfassers:  
Wolfgang Tietz  
Technische Hochschule  
Sektion Maschinen-Bauelemente  
9010 Karl-Marx-Stadt  
Straße der Nationen 62