

Zum Verhalten der Mehrachsigsigkeitszahl in Rißspitzenumgebung^{*)}

K.-F. Fischer

1. Einleitung

Eine wichtige Aufgabe der Rißbruchmechanik ist die Untersuchung charakteristischer Größen zur Rißbeurteilung. Damit sind Aussagen zur Rißstabilität möglich, vgl. [1], [2].

Neben Spannungs- und Energiegrößen werden zunehmend auch andere Feldgrößen in Rißspitzenumgebung auf ihre Brauchbarkeit als Rißbruchkriterien untersucht [3].

Gegenstand der folgenden Ausführungen ist eine Beschreibung des Verhaltens einer von Kochendörfer und Scholl [4] eingeführten Mehrachsigsigkeitszahl. Wir wollen uns dabei auf statische Belastung und linear elastisches Materialverhalten beschränken.

Der Autor dankt Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. H. Göldner und Herrn Dr.-Ing. W. Günther für die anregenden Diskussionen zur Problematik.

2. Formulierung der Mehrachsigsigkeitszahl

Kochendörfer und Scholl schlagen in [4] als Kennzeichnung der Mehrachsigsigkeit des elastischen Spannungsfeldes den Ausdruck

$$\Omega = 1 - \frac{\sqrt{+3 J_2}}{\sigma_1} \quad (1)$$

vor, wobei

$$\Omega = \begin{cases} 0, & \sigma_1 \neq 0, \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0 \\ 1, & \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 \neq 0 \end{cases}$$

(In [4] konnte experimentell ein umgekehrt proportionaler Zusammenhang zwischen dieser Mehrachsigsigkeitszahl und der „Reißspannung“ des untersuchten Materials nachgewiesen werden.)

Dabei bezeichnet J_2 in Gl. (1) die zweite Invariante des Spannungsdeviators und σ_1 die größte Hauptnormalspannung, wobei gilt $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$.

Beschränken wir uns im weiteren auf den ebenen Verzerungszustand. Dann geht Gl. (1) mit

$$+3 J_2 = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)(1 - \nu + \nu^2) - \sigma_1 \sigma_2 (1 + 2\nu - 2\nu^2)$$

und

$$\lambda := \sigma_2 / \sigma_1$$

über in:

$$\Omega = \Omega(\lambda, \nu) = 1 - [(1 + \lambda^2)(1 - \nu + \nu^2) - \lambda(1 + 2\nu - 2\nu^2)]^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

ν bezeichnet dabei die Querkontraktionszahl.

Aus Gl. (2) erhält man:

$$\Omega = \begin{cases} 2\nu, & \lambda = 1 \\ 1 - \sqrt{1 - \nu + \nu^2}, & \lambda = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Von Interesse ist außerdem die Berechnung des Maximalwertes $\Omega_{\text{Max}} = \Omega_{\text{Max}}(\nu)$ bei vorgegebener Querkontraktionszahl.

Aus

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \Omega}{\partial \lambda} = 0, \quad \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \lambda^2} < 0 \end{array} \right\} \quad | \quad \lambda = \lambda_0 \quad (4)$$

ergibt sich für das Spannungsverhältnis λ_0 , bei dem die Mehrachsigsigkeitszahl den Wert Ω_{Max} annimmt, die Beziehung:

$$\lambda_0 = \left(\frac{1}{2} + \nu - \nu^2 \right) / (1 - \nu + \nu^2), \quad (5)$$

wobei $0 \leq \nu < 0,5$. In Tabelle 1 sind einige Werte zusammengestellt.

Tabelle 1

Abhängigkeit ausgewählter Kenngrößen von der Querkontraktionszahl

ν	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
λ_0	0,5	0,648	0,786	0,899	0,974	(1,0)
$\Omega_{\text{Max}}(\nu)$	0,134	0,274	0,433	0,610	0,801	(1,0)
$\frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{1}{\lambda_0}$	38,9°	24,6°	13,8°	6,12°	1,53°	0°
$\frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{1}{\alpha(\nu)}$	43,6°	56,8°	67,3°	75,9°	83,3°	(90°)
$10^3 \cdot \xi_0^\infty$	155	68,4	23,7	5,17	0,346	(0)
$10^3 \cdot \frac{\delta}{2}$	$10^3/3$	141	48,0	10,4	0,693	(0)

3. Mehrachsigsigkeitszahl an der Rißspitze

Aus Gl. (2) ist zu entnehmen, daß die Mehrachsigsigkeitszahl außer von der Querkontraktionszahl nur vom Verhältnis der Hauptnormalspannungen abhängt.

*) Prof. Dr.-Ing. H. Günther zum 50. Geburtstag gewidmet.

Es ist möglich, das Spannungsfeld in Rissspitzenumgebung stets in der Form ($k \rightarrow \infty$):

$$k \sigma_{ij} = \sum_{n=1}^{\infty} r^{\frac{n}{2}-1} \cdot f_{ij}(a_n^R, a_n^I, \vartheta) \quad (6)$$

anzugeben.

Die Größen a_n^R, a_n^I bezeichnen die verallgemeinerten Intensitätsfaktoren (vgl. [5]), r und ϑ sind Polarkoordinaten, Bild 1. In unmittelbarer Nähe der Rissspitze genügt es meist, nur das erste Glied der Reihe (6) zu berücksichtigen. Für die Hauptnormalspannungen erhält man:

$$\frac{1}{\sigma_{1,2}} = \frac{K_I}{2\sqrt{2\pi r}} \left\{ \sqrt{2(1+\cos\vartheta) - 4M\sin\vartheta + 2M^2(1-\cos\vartheta)} \right. \\ \left. \pm \sqrt{\frac{1}{2}(1-\cos 2\vartheta) + 2M\sin 2\vartheta + \frac{M^2}{2}(5+3\cos 2\vartheta)} \right\} \quad (7)$$

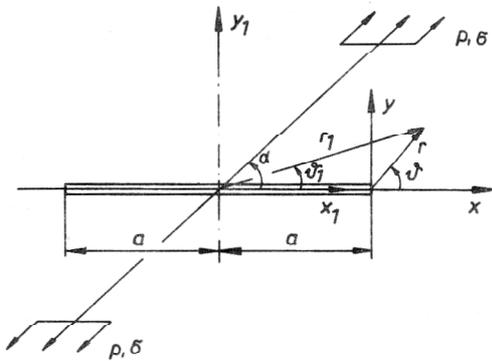


Bild 1
Griffith-Riß in der unendlichen Ebene unter schräger Zugbelastung

Hierbei bezeichnen K_I den Spannungsintensitätsfaktor für symmetrische Rißbelastung (Mode I) und M den Symmetriefaktor mit $M = K_{II}/K_I$, vgl. [1]. Damit läßt sich das Hauptnormalspannungsverhältnis λ formulieren:

$$\lambda = (\gamma - 1) / (\gamma + 1), \quad (8)$$

wobei

$$\gamma = \left[\frac{2(1+\cos\vartheta) - 4M\sin\vartheta + 2M^2(1-\cos\vartheta)}{\frac{1}{2}(1-\cos 2\vartheta) + 2M\sin 2\vartheta + \frac{M^2}{2}(5+3\cos 2\vartheta)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Entsprechend berechnete Mehrachsigeitszahlen $\frac{1}{\Omega}$ an der Rissspitze sind für verschiedene Werte von M und ν in den Bildern 2, 3 und 4 dargestellt. Ordnen wir den Verläufen als konkretes Rißmodell den Griffith-Riß der Länge $2a$ in der unendlichen Ebene unter schräger Rißbelastung zu (Bild 1), dann gilt $M = \cot \alpha$.

Aus den dargestellten Verläufen lassen sich eine Reihe von Besonderheiten ablesen. Bei $M = 0$ (symmetri-

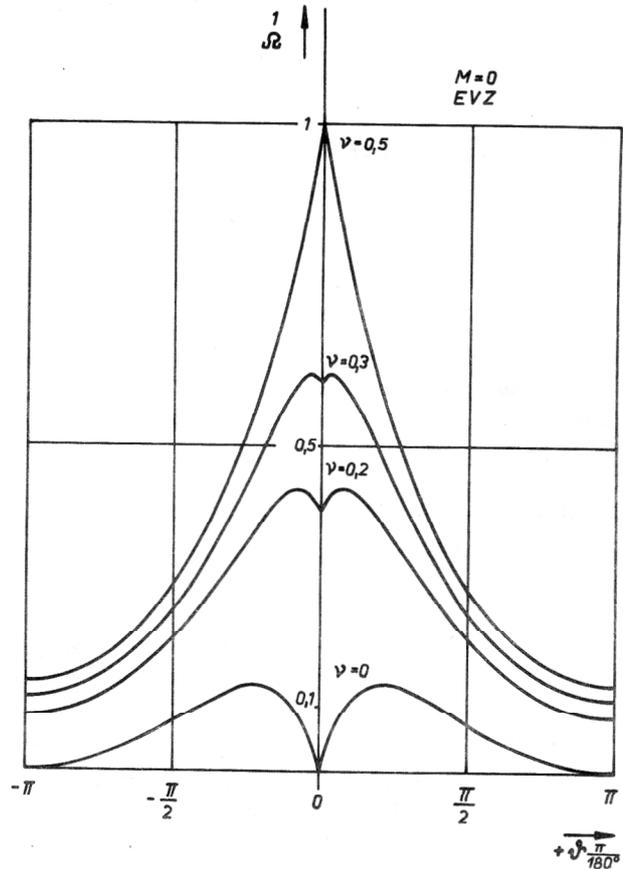


Bild 2
Abhängigkeit $\frac{1}{\Omega} = \frac{1}{\Omega}(\vartheta)$ für $M = 0$

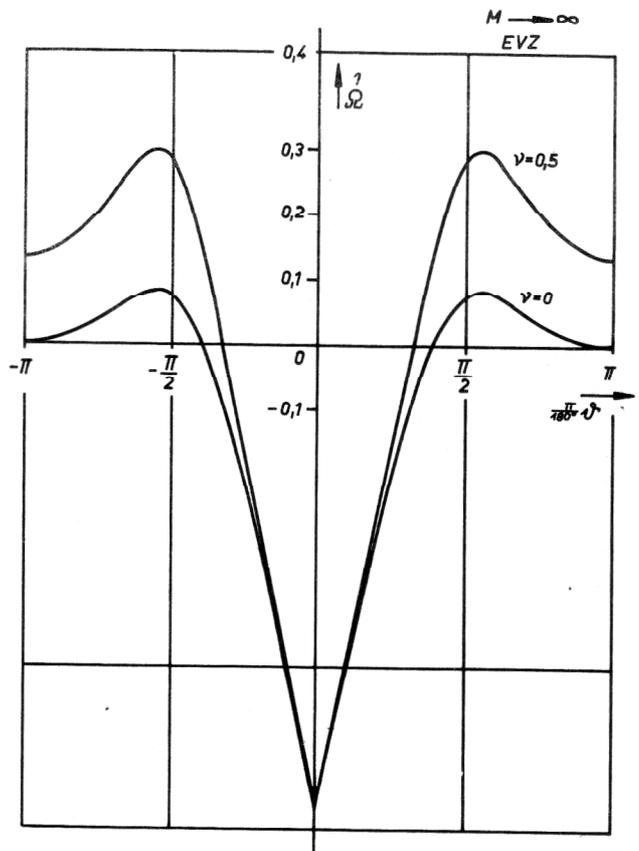


Bild 3
Abhängigkeit $\frac{1}{\Omega} = \frac{1}{\Omega}(\vartheta)$ für $M \rightarrow \infty$

1) Der hochgestellte Index verweist auf die Anzahl der berücksichtigten Glieder der Reihe

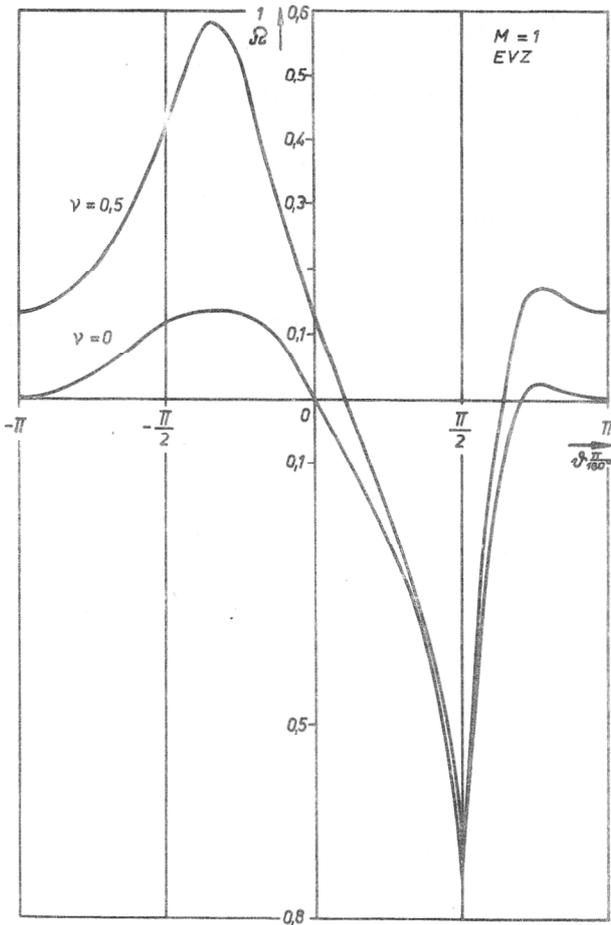


Bild 4
Abhängigkeit $\frac{1}{\Omega} = \frac{1}{\Omega}(\vartheta)$ für $M=1$

Die größte Mehrachsigkeit (Rißbelastung) erreicht $\frac{1}{\Omega}$ den Wert Ω_{Max} bei $\vartheta = \pm \vartheta_0$. Es ergeben sich die in Tabelle 1 zusammengestellten ϑ_0 -Werte.

Die größte Mehrachsigkeit tritt damit nur bei $\nu = 0,5$ in Rißrichtung auf.

Für $M \rightarrow \infty$ wird Ω_{Max} an der Rißspitze nicht erreicht. Aus Gl. (8) erhält man:

$$\gamma|_{M \rightarrow \infty} = 2 \left[\frac{1 - \cos \vartheta}{5 + 3 \cos 2\vartheta} \right]^2 \quad (9)$$

Hieraus errechnet sich der Winkel $\vartheta_0|_{M \rightarrow \infty}$, bei dem $\frac{1}{\Omega}$ einen Maximalwert $\frac{1}{\Omega}_{\text{max}}|_{M \rightarrow \infty}$ erreicht mit

$$(\gamma|_{M \rightarrow \infty})^2 = 1 + \frac{2}{3} \sqrt{3}$$

bzw.

$$\lambda|_{M \rightarrow \infty} = (\sqrt{3} + 1) - \sqrt{3 + 2\sqrt{3}} = 0,1896$$

zu:

$$\frac{180^\circ}{\pi} \cdot \vartheta_0|_{M \rightarrow \infty} = \pm 98,89^\circ$$

$\vartheta_0|_{M \rightarrow \infty}$ ist bzgl. ν invariant.

Bei $M=1$ erreicht $\frac{1}{\Omega}$ für $\nu=0$ in zwei Richtungen $\vartheta_{01}, \vartheta_{02}$, $\vartheta_{02} < 0$ den Wert Ω_{Max} . Es ergeben sich:

$$\frac{180^\circ}{\pi} \begin{Bmatrix} \vartheta_{01} \\ \vartheta_{02} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -66,32^\circ \\ -53,13^\circ \end{Bmatrix}$$

Dabei durchläuft $\frac{1}{\Omega}$ im Intervall $(\vartheta_{01}, \vartheta_{02})$ ein flaches Minimum $\frac{1}{\Omega}_{\text{min}}$. Für $\nu=0$ errechnet man: $\frac{1}{\Omega}_{\text{min}} = 0,99999 \Omega_{\text{Max}}$.

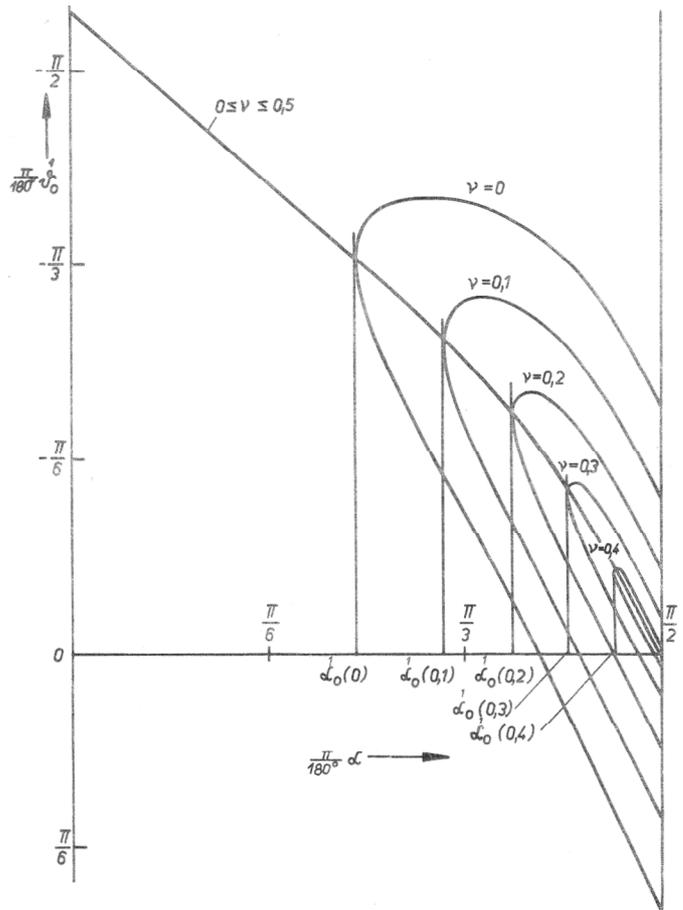


Bild 5
Abhängigkeit $\vartheta_0 = \vartheta_0(\alpha, \nu)$

Übersichtlich läßt sich dieser Sachverhalt in einer weiteren Darstellung (Bild 5) veranschaulichen. Hier ist der Winkel ϑ_0 (bzw. $\vartheta_{01}, \vartheta_{02}$), bei dem die Mehrachsigkeitszahl $\frac{1}{\Omega}$ einen Maximalwert $\frac{1}{\Omega}_{\text{max}}$ ($\frac{1}{\Omega}_{\text{max}} \leq \Omega_{\text{Max}}$) annimmt in Abhängigkeit vom Lastangriffswinkel für verschiedene ν -Werte dargestellt.

Man erkennt, daß für $\alpha > \alpha_0(\nu)$ der Wert Ω_{max} in zwei Richtungen $\vartheta_{01}, \vartheta_{02}$ erreicht wird, wobei $0 \leq \nu < 0,5$.

Eine genauere numerische Untersuchung dieses Sachver-

haltes zeigt, daß die Größe $\frac{1}{\alpha_0}(\nu)$ einen Verzweigungspunkt des Problems darstellt. Es gilt:

$$\frac{1}{\Omega_{\max}} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\Omega_{\max}}(\alpha, \nu) < \Omega_{\max}, 0 < \alpha < \frac{1}{\alpha_0}(\nu) \\ \Omega_{\max}, \frac{1}{\alpha_0}(\nu) \leq \alpha < \pi/2 \end{array} \right\} \quad (10)$$

In Tabelle 1 sind einige numerisch ermittelten Werte von $\frac{1}{\alpha_0}(\nu)$ zusammengestellt, vgl. Bild 6.

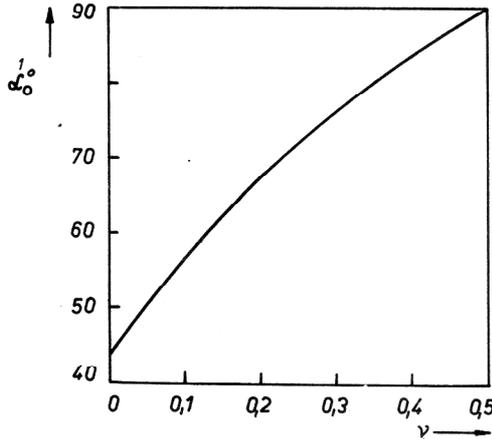


Bild 6
Abhängigkeit der Verzweigungspunkte $\frac{1}{\alpha_0} = \frac{1}{\alpha_0}(\nu)$

4. Mehrachsigsigkeitszahl als Rißbruchkriterium

Bemerkenswert wird die oben gezeigte Eigenschaft des Verhaltens von $\frac{1}{\Omega}$, wenn man die durch die Gln. (1) und (8) beschriebene Mehrachsigsigkeitszahl zur Formulierung eines Rißbruchkriteriums heranzieht. Wir benutzen dazu die folgenden beiden Grundhypothesen:

Hypothese 1: Die Rißausbreitung erfolgt radial vom Riß

in die Richtung $\frac{1}{\vartheta_0}$, in der die Mehrachsigsigkeitszahl zu einem Maximum wird, d. h.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \frac{1}{\Omega}}{\partial \vartheta} = 0, \quad \frac{\partial^2 \frac{1}{\Omega}}{\partial \vartheta^2} < 0 \end{array} \right\} \quad | \vartheta = \frac{1}{\vartheta_0} \quad (11)$$

Hypothese 2: Der Riß wird dann instabil, wenn $\frac{1}{K_V}(\frac{1}{\vartheta_0})$ einen kritischen Wert K_{IC} erreicht, wobei

$$\frac{1}{K_V}(\frac{1}{\vartheta_0}) = K_I \cdot (\frac{\Omega_{\max}}{\Omega_{\max}}) \Big|_{\vartheta = \frac{1}{\vartheta_0}} \quad (12)$$

Für das verwendete Rißmodell gilt: $K_I = p \sqrt{\pi a} \sin^2 \alpha$.

Aus den in Bild 5 dargestellten Verläufen ist ersichtlich, daß sich bei $0 < \alpha \leq \frac{1}{\alpha_0}(\nu)$ für alle ν -Werte der gleiche Rißausbreitungswinkel $\frac{1}{\vartheta_0}$ ergibt. Im Bereich $\frac{1}{\alpha_0}(\nu) < \alpha < \pi/2$, $0 \leq \nu < 0,5$, existieren stets zwei mögliche Riß-

ausbreitungsrichtungen $\frac{1}{\vartheta_{01}}$, $\frac{1}{\vartheta_{02}}$.

Dabei gilt: $\frac{1}{\Omega}(\frac{1}{\vartheta_{01}}) = \frac{1}{\Omega}(\frac{1}{\vartheta_{02}}) = \Omega_{\max}$.

Eine derartige Besonderheit in der Aussage aus Hypothese 1 gibt es bei den bisher bekannten Rißbruchkriterien nicht. Weiterhin ist erwähnenswert, daß bei $M=0$ für $0 \leq \nu < 0,5$ die Rißausbreitung nicht in Rißrichtung errechnet wird.

Aus Gl. (12) läßt sich die kritische Belastung p_c ermitteln:

$$p_c = \frac{K_{IC}}{\sqrt{\pi a}} \left(\frac{\Omega_{\max}}{\frac{1}{\Omega_{\max}} \cdot \sin^2 \alpha} \right) \Big|_{\vartheta = \frac{1}{\vartheta_0}} \quad (13)$$

Die entsprechenden Verläufe $p_c = p_c(\alpha)$ sind für verschiedene ν -Werte in Bild 7 dargestellt. Sie gleichen qualitativ den aus anderen Rißbruchkriterien (z. B. SIH-Kriterium, vgl. [6]) erhaltenen Verläufen.

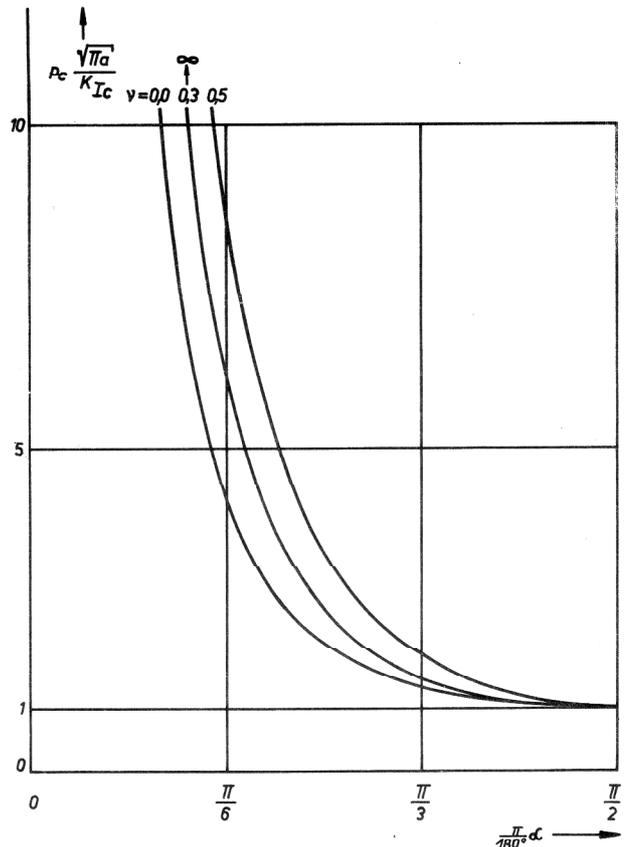


Bild 7
Verläufe $p_c = p_c(\alpha, \nu)$

Weiterhin soll knapp das Verhalten von Ω in Rißspitzenumgebung vorgestellt werden, wenn man anstelle des Hauptnormalspannungsverhältnisses $\frac{1}{\lambda}$ (Gl. (8)) das Verhältnis $\frac{\infty}{\infty}$ λ benutzt. Dabei resultiert λ aus dem Verhältnis der Hauptnormalspannungen in Rißspitzenumgebung bei Verwendung der exakten Lösung für das Spannungsfeld. Wir wollen uns auf $M=0$, $\vartheta=0$ beschränken:

$$\begin{pmatrix} \infty \\ \sigma_1 \\ \infty \\ \sigma_2 \end{pmatrix} = p \begin{pmatrix} \frac{r+a}{\sqrt{r^2+2ra}} \\ \frac{r+a}{\sqrt{r^2+2ra}} - 1 \end{pmatrix} \quad (14)$$

Damit erhält man

$$\lambda = 1 - \sqrt{r} \sqrt{r+2a} / (r+a) \quad (15)$$

und die Grenzwerte:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{r \rightarrow 0} \lambda &= 1, \\ \lim_{r \rightarrow \infty} \lambda &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Aus Gl. (5) bzw. Tabelle 1 ist ersichtlich, daß Ω nur bei $\nu = 0,5$ den Wert Ω_{Max} für $\lambda_0 = 1$ annimmt ($r \rightarrow 0$).

D. h., für $0 \leq \nu < 0,5$ liegt die Stelle, an der $\bar{\Omega}(\nu) = \Omega_{\text{Max}}(\nu)$ gilt, r_0 von der Rissspitze entfernt. Aus Gl. (15) ergibt sich die Beziehung:

$$\xi_0^\infty = \left\{ 1 / [1 - (1 - \lambda_0)^2] \right\}^{\frac{1}{2}} - 1, \quad (17)$$

wobei $\xi_0^\infty := \frac{r_0^\infty}{a}$ und $\lambda_0 = \lambda_0(\nu)$.

Entsprechende Werte von ξ_0^∞ sind in Tabelle 1 zusammengestellt, vgl. auch Bild 8.

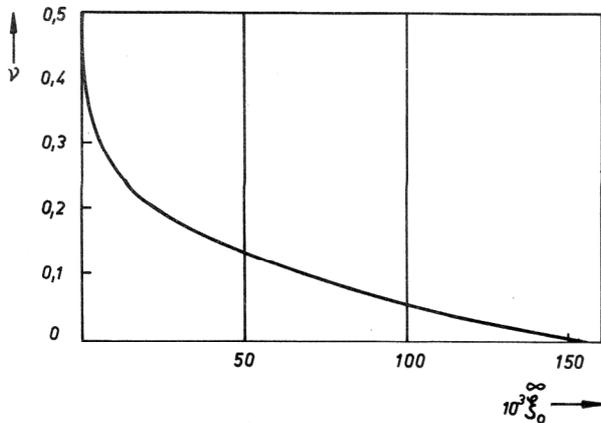


Bild 8
Abstand der Initialpunkte der Risausbreitung von der Rissspitze
 $\xi_0^\infty = \xi_0^\infty(\nu)$, $\xi_0^\infty := r_0^\infty / a$

Erweitert man das $\bar{\Omega}$ -Ribruchkriterium in der in [7], [8] beschriebenen Weise, lauten die Hypothesen:

Hypothese 1: Die Risausbreitung erfolgt vom Punkte $P_0^k(\vartheta_0^k, \xi_0^k)$ aus, wo $\bar{\Omega} = \Omega_{\text{Max}}$ gilt, in die Richtung ϑ_0^k .

Hypothese 2: Der Riß wird dann instabil, wenn $K_V^k(\vartheta_0^k, \xi_0^k)$ einen kritischen Wert K_{IC} erreicht, wobei

$$K_V^k(\vartheta_0^k, \xi_0^k) = K_I(\Omega_{\text{max}}^k / \Omega_{\text{Max}}) \Big|_{\xi = \xi_0^k, \vartheta = \vartheta_0^k}$$

Damit lassen sich die durch Gl. (17) gegebenen Werte ξ_0^∞ als Abnde der Initialpunkte der Risausbreitung vor der Rissspitze bei Mode I - Rißbelastung interpretieren. Eine qualitativ ähnliche Abhängigkeit des Abstandes der Initialpunkte vor der Rissspitze von der Querkontraktionszahl findet man beim erweiterten SIH-Kriterium, vgl. [7]. Es gilt:

$$\xi_0^\infty | \Omega = \begin{cases} 1,13 \xi_0^\infty | \text{SIH}, \nu = 0 \\ \xi_0^\infty | \text{SIH} = 0, \nu = 0,5 \end{cases}$$

Aus den gezeigten Ergebnissen sieht man, daß bei symmetrischer Rißbelastung ($M=0$) mindestens drei Initialpunkte in Rißspitzenumgebung existieren.

Um allgemeingültige Aussagen zu dieser Problematik zu erhalten, sind weiterführende Untersuchungen notwendig.

5. Berücksichtigung der Mikrostützwirkung

Abschließend wird kurz erläutert, welchen Einfluß die Berücksichtigung der Mikrostützwirkung auf das Verhalten der Mehrachsigsigkeitszahl nimmt. Wir wollen uns dabei auf $M=0$, $\vartheta=0$ beschränken. Die Mikrostützwirkung wird mit der von Neuber [9] vorgeschlagenen Mittelwertbildung über eine Ersatzstrukturlänge ρ^* erfaßt:

$$\bar{\sigma}_i = \frac{1}{\rho^*} \int_0^{\rho^*} \sigma_i dr \quad (18)$$

Aus den Gln. (12) erhält man dann:

$$\begin{pmatrix} \infty \\ \sigma_1 \\ \infty \\ \sigma_2 \end{pmatrix} = \frac{p}{\rho^*} \begin{pmatrix} \sqrt{\rho^{*2} + 2a\rho^*} \\ \sqrt{\rho^{*2} + 2a\rho^*} - \rho^* \end{pmatrix} \quad (19)$$

Damit läßt sich eine Mehrachsigsigkeitszahl $\bar{\Omega}^\infty$ formulieren:

$$\bar{\Omega}^\infty = 1 - [(1 + \frac{\infty}{\lambda^2}) (1 - \nu + \nu^2) - \frac{1}{\lambda (1 + 2\nu - 2\nu^2)}]^{\frac{1}{2}}, \quad (20)$$

wobei

$$\frac{\infty}{\lambda} = 1 - [\delta / (\delta + 2)]^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

und

$$\delta := \rho^* / a.$$

Mit den Gl. (5) und (21) ist es möglich, δ so zu bestimmen, daß

$$\bar{\Omega} = \Omega_{\text{Max}}$$

gilt.

Man erhält die Beziehung:

$$\delta = 2(1 - \lambda_0)^2 / [\lambda_0(2 - \lambda_0)]. \quad (22)$$

In Tabelle 1 sind entsprechende Werte für δ in Abhängigkeit von der Querkontraktionszahl zusammengestellt, vgl. auch Bild 9.

Die Abhängigkeit $\delta = \delta(\nu)$ gleicht qualitativ der Abhängigkeit $\xi = \xi(\nu)$.

Die hier errechnete Ersatzstrukturlänge (ebener Verzerrungszustand) ist nur von der Querkontraktionszahl des Materials abhängig.

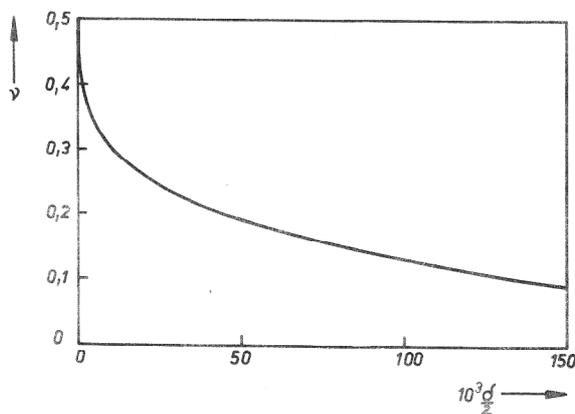


Bild 9
Abhängigkeit der Ersatzstrukturlänge $\delta = \delta(\nu)$, $\delta := \rho^* / a$

6. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit erfolgt eine Untersuchung der Mehrachsigeitszahl Ω in Rißspitzenumgebung. Die Betrachtungen beschränken sich auf linear elastisches Materialverhalten, statische Belastung und den Sonderfall des ebenen Verzerrungszustandes. Verwendet man zunächst zur Formulierung von Ω nur das erste Glied einer Näherungslösung für das Spannungsfeld in Rißspitzenumgebung, beobachtet man u. a., daß die maximale Mehrachsigeitszahl der Spannungen bei symmetrischer Rißbelastung für $0 \leq \nu < 0,5$ nicht in Rißrichtung auftritt. Es ist möglich, die Mehrachsigeitszahl zur Formulierung eines Rißbruchkriteriums heranzuziehen. Die dabei benutzten Grundhypothesen liefern Aussagen zur Rißausbreitungsrichtung (Hypothese 1) und zur Rißstabilität (Hypothese 2). Aus der Hypothese 1 erhält man bei Verwendung des Griffith-Risses in der unendlichen Ebene unter schräger Zugbelastung die Existenz zweier gleichberechtigter Rißausbreitungsrichtungen, falls der Lastangriffswinkel

einen Wert $\frac{1}{2}\alpha_0$ überschreitet. Der Wert $\frac{1}{2}\alpha_0$ ist von der Querkontraktionszahl ν des Materials abhängig und bildet einen Verzweigungspunkt. Eine Erweiterung des Kriteriums führt bei symmetrischer Rißbelastung auf die Vorhersage von Initialpunkten der Rißausbreitung vor der Rißspitze. Die Berücksichtigung der Mikrostützwirkung ermöglicht eine Berechnung der Ersatzstrukturlänge.

LITERATUR

- [1] Fischer, K.-F.; Günther, W.: Gegenwärtiger Stand der Rißbruchmechanik im Hinblick auf eine praktische Nutzung. Maschinenbautechnik 27 (1978) 2, S. 73 – 76.
- [2] Fischer, K.-F.; Günther, W.: Einbeziehung der Rißbruchmechanik in die theoretische Erklärung des Trennvorgangs. Maschinenbautechnik 28 (1979) 5, S. 220 – 223.
- [3] Fischer, K.-F.; Goldner, H.: On the Formulation of a Principal Strain Criterion in Crack Fracture Mechanics. International Journal of Fracture, 17 (1981) 1, R3 – R6.
- [4] Kochendörfer, A.; Scholl, H.: Die Sprödbrechneigung von Stählen in Abhängigkeit von Spannungszustand und Temperatur. Stahl und Eisen 77 (1957) 15, S. 1006 – 1018.
- [5] Günther, W.: Das elastische Spannungs- und Verschiebungsfeld an der Rißspitze eines ebenen Risses. Wissenschaftliche Beiträge der IH Zwickau 2 (1976) 4, S. 86 – 96.
- [6] Sih, G. C.: Mechanics of Fracture 1 – Methods of Analysis and Solutions of Crack Problems. Noordhoff Int. Publ., Leyden 1973.
- [7] Fischer, K.-F.: On an Analytical Determination of Initial Points of Crack Propagation. ZAMM 61 (1981) 6, S. 229 – 234.
- [8] Fischer, K.-F.: On an Extension of Sih's Fracture Criterion. International Journal of Fracture 15 (1979) 1, S. R11 – R14.
- [9] Neuber, H.: Über die Berücksichtigung der Spannungskonzentration bei Festigkeitsberechnungen. Konstruktion 20 (1968) 7, S. 245 – 251.

Anschrift des Verfassers:

Dr.-Ing. K.-F. Fischer
Ingenieurhochschule
Abt. Mathematik – Naturwissenschaften
9541 Zwickau
PSF 35