

Erfahrungen bei der Realisierung eines Vernetzungsprogramms auf einer EDVA. Die Generierung der Knotenkoordinaten

Helmut Horeschi, Günther Widdecke

1. Einleitung

Eine erfolgreiche und breite Anwendung eines Finite-Elemente-Programmsystems in der Praxis wird sowohl von seiner „Leistungsfähigkeit“ als auch von seiner „Nutzerfreundlichkeit“ bestimmt. Hieraus ergibt sich, daß der Entwicklung von Datengeneratoren, mit deren Hilfe für konkrete Anwendungsbereiche eine schnelle und fehlerfreie Datenbereitstellung vorgenommen werden kann, eine große Bedeutung zukommt.

Den Hauptanteil der Daten stellt das aufzubauende geometrische Modell des zu untersuchenden Bauteiles. Der Weg zur topologischen Beschreibung des Bauteiles wurde

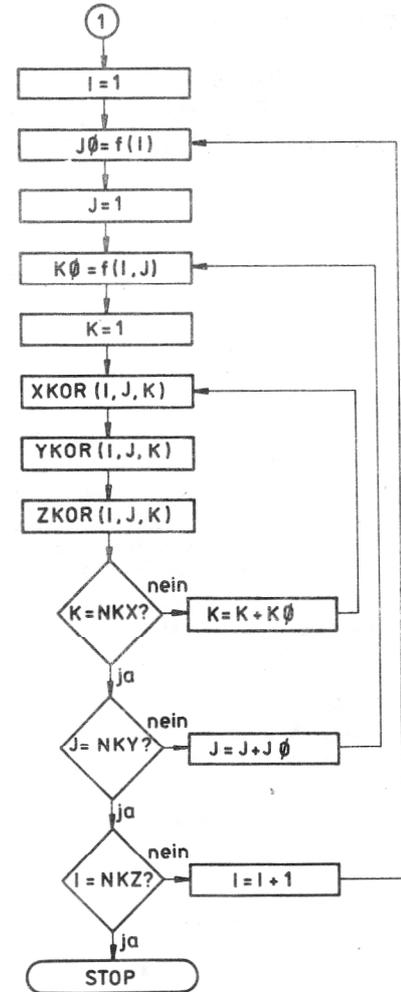
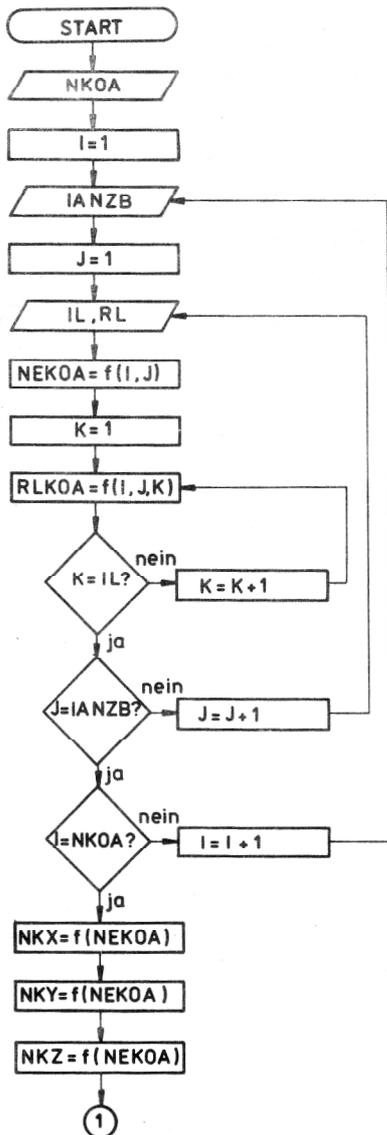


Bild 1
Programmablaufplan zur Durchführung einer geometrischen Analyse einer Struktur

bereits in [3] aufgezeigt. In der vorliegenden Arbeit soll an einem ausgewählten Beispiel das Grundkonzept und die mathematische Formulierung des Problems zur Durchführung einer geometrischen Analyse, die zum Aufbau der Koordinatenmatrix führt, vorgestellt werden. Weitergehende Erläuterungen über die Gesamtkonzeption eines Datengenerators und die damit im Zusammenhang stehenden Fragen sind aus [1] und [2] zu entnehmen.

2. Spezielle Anforderungen, Programmablaufplan und erforderliche Eingabedaten für ein Vernetzungsprogramm

Es wurde bereits darauf hingewiesen, daß die Durchführung einer Spannungs- und Verformungsanalyse die rech-

nerinterne Abbildung des zu untersuchenden Bauteiles erfordert. Hierzu ist es notwendig, neben der Erfüllung einer Reihe von Forderungen für den Aufbau der Topologie [3], eine größere Anzahl von Eingabedaten für die Beschreibung der Geometrie zu erarbeiten. Diese für zweidimensionale Probleme in der Regel einfache Aufgabe führt bei einer dreidimensionalen Betrachtungsweise zu einer sehr zeitaufwendigen und fehleranfälligen Arbeit. Deshalb sollte die Durchführung der geometrischen Analyse einem Rechenprogramm übertragen werden, welches unter Berücksichtigung der Strukturnumerierung (Ergebnis der topologischen Beschreibung) auf der Grundlage überschaubarer Basiswerte die Berechnung der Knotenkoordinaten und den Aufbau der Koordinatenmatrix vornimmt. Um jedoch kompliziert geformte Bauteile einer mathematischen Behandlung zugänglich machen zu können, sind diese zunächst in geometrisch einfache Strukturen zu zerlegen. Diese Vorgehensweise setzt, wie bereits in [4] nachgewiesen, die Realisierung der Substrukturtechnik im zur Verfügung stehenden Finite-Elemente-Programm voraus. In Bild 1 ist der Grob Ablaufplan für die Durchführung einer geometrischen Analyse einer Substruktur enthalten. Auf die Eintragung der Felder, die für eine Zwischen-, Um- und Abspeicherung der Daten benötigt werden, wurde aus Gründen einer besseren Übersicht verzichtet.

Aus dem Bild ist zu entnehmen, daß die Berechnung der Knotenkoordinaten in zwei aufeinanderfolgenden Schritten erfolgt. Zunächst wird nach Einführung eines auf die Substruktur bezogenen lokalen Koordinatensystems (NKOA-Anzahl der Koordinatenachsen) in den Operationsfeldern NEKOA und RLKOA die Ermittlung der Anzahl der Elemente und der Abstände der Knoten, ausgehend von einem frei wählbaren Bezugspunkt, in Richtung der Koordinatenachsen vorgenommen. Hierzu sind, entsprechend der Abarbeitungsstrategie die in den Eingabefeldern definierten Größen

- IANZB Anzahl der Bereiche, für die eine unterschiedliche Vernetzung verwirklicht werden soll;
- RL Länge des betrachteten Bereiches (z. B. RL X B) und
- IL Anzahl der Elemente je Bereich

bereitzustellen.

Die berechneten Abstände der Knoten werden in einem Hilfsfeld abgespeichert und dienen im weiteren Verlauf der Analyse als Grundlage für die Ermittlung der Koordinaten aller Knoten. Aus der Anzahl der Elemente in Richtung der Koordinatenachsen wird in den Operationsfeldern

$NKX = f(NEKOA)$, $NKY = f(NEKOA)$ und $NKZ = f(NEKOA)$ die dazugehörige Anzahl der Knoten bestimmt. Diese Werte bilden bei der Abarbeitung des zweiten Schrittes für die Laufvariablen I, J und K die obere Grenze. Die in den Operationsfeldern $JO = f(I)$ und $KO = f(I, J)$ enthaltenen Funktionswerte ergeben sich aus dem Elementtyp, aus der die Substruktur aufgebaut werden soll und aus der Art der Vernetzung. Sie stellen von ihrem Wirkprinzip Schrittweitenparameter dar. Die Berechnung der Koordinaten aller Knoten erfolgt unter Beachtung des entwickelten Algorithmus und der im Hilfsfeld enthaltenen Werte in den Operationsfel-

dern XKOR (I, J, K), YKOR (I, J, K) und ZKOR (I, J, K). Abschließend sei darauf hingewiesen, daß die Reihenfolge ihrer Abspeicherung, die zum Aufbau der Koordinatenmatrix führt, entsprechend der globalen Strukturnumerierung, 1. lokale Knoten und 2. externe Knoten, zu erfolgen hat.

3. Programmtechnische Realisierung

Es ist einzusehen, daß die einzelnen mathematischen Beziehungen der im Programmablaufplan ausgewiesenen Größen, in Abhängigkeit von der konkreten Aufgabenstellung, eine sehr unterschiedliche Form annehmen können. Deshalb soll für die weitere Betrachtungsweise von einer konkreten Substruktur ausgegangen werden. Im Bild 2 ist eine Substruktur eines Bauteiles mit dem gewählten lokalen Koordinatensystem und den für die Durchführung der geometrischen Analyse notwendigen Basiswerten dargestellt. In Abhängigkeit von der Anzahl der aufzubauenden Elemente in z-Richtung soll gleichzeitig eine Netzvergrößerung in x-Richtung verwirklicht werden.

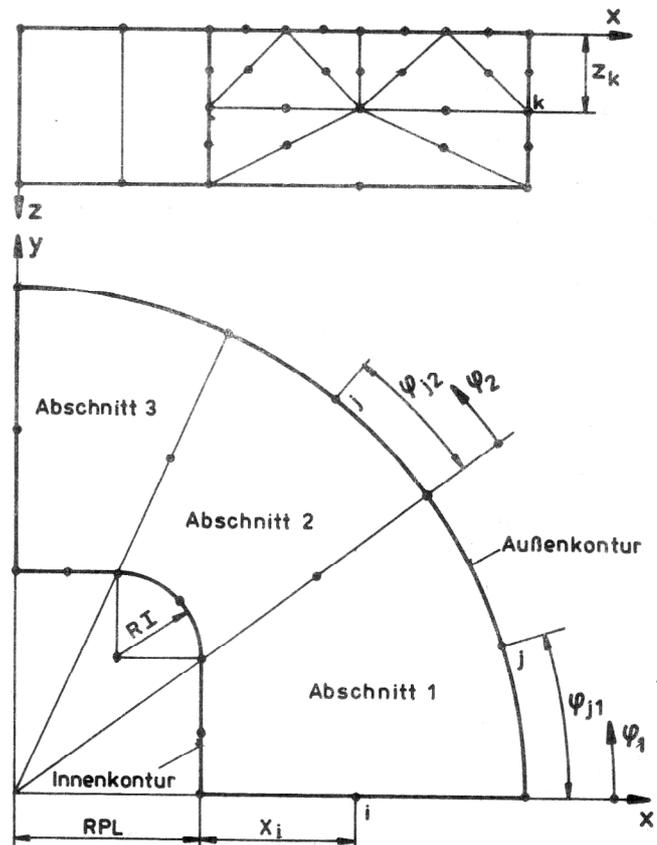


Bild 2
Geometrie der aufzubauenden Struktur

Stellen RLXB, RLP1B und RLZB die Länge eines betrachteten Bereiches dar, so kann für die Distanz zwischen den Knoten unter Einbeziehung der dazugehörigen Anzahl der Elemente

$$RLX_i = \frac{RLXP}{2 * IL} ; RLP1_j = \frac{RLP1B}{2 * IL} \text{ und } RLZ_k = \frac{RLZB}{2 * IL} \quad (1)$$

aufgeschrieben werden. Da über die eingegebenen Basiswerte RPL und RI sowie des zu berechnenden Winkels

$$RLP1_{\max} = \sum RLP1_j \quad (2)$$

zwischen den Koordinatenachsen φ_1 und φ_2 ein funktionseller Zusammenhang besteht, ist die Größe $RLP2_{\max}$

$$YO = RI + RPL * \tan(RLP1_{\max})$$

$$XO = RPL - RI$$

$$CO = \frac{XO}{\sqrt{YO^2 + XO^2}}$$

$$RLP2_{\max} = \arccos(CO) \quad (3)$$

zu berechnen.

Wird das aufzubauende Netz in Richtung der Koordinatenachse φ_2 durch die Anzahl der Elemente festgelegt, so findet man für die Distanz zwischen den Knoten dieses Abschnittes

$$RLP2_j = \frac{RLP2_{\max} - RLP1_{\max}}{2 * IL} \quad (4)$$

Bei der Eingabe der Werte für RPL und RI ist zu beachten, daß die Bedingung

$$0 < RI \leq RPL$$

erfüllt ist. Wird $RI < RPL$ festgelegt, so kommt es zur Einführung einer weiteren Koordinatenachse φ_3 , für die sich die Distanz zwischen den Knoten aus

$$RLP3_j = \frac{\frac{\pi}{2} - RLP2_{\max}}{2 * IL}$$

ergibt.

Die Abstände aller Knoten in Richtung der jeweiligen Koordinatenachse können ausgehend von einem Bezugspunkt durch eine einfache Summation

$$RLX_i = \sum RLX_i; RLP_j = \sum RLP1_j + \sum RLP2_j + \sum RLP3_j$$

und

$$RLZ_k = \sum RLZ_k \quad (6)$$

berechnet werden.

Das auf der Grundlage der entwickelten Beziehungen erarbeitete FORTRAN-Programm zeigt Bild 3. Hier wurde zum besseren Verständnis der Gesamtproblematik die gewählte Vorgehensweise der Abspeicherung der Daten, die zum Aufbau des Hilfsvektors führt, mit eingearbeitet.

Die in dem Hilfsvektor abgespeicherten Werte bilden die Ausgangsbasis für die weiteren Betrachtungen. Dabei ist zu beachten, daß in Richtung der φ -Koordinaten zur Realisierung der Geometrie der Substruktur, sowohl eine Netzverfeinerung als auch eine Netzvergrößerung notwendig wird. Deshalb macht sich eine Berechnung der x- und y-Koordinaten der Knoten der Innen- und Außenkontur erforderlich. Im einzelnen gilt:

```

DO 11 I=1,4
C
•
C   FUER I=3 WIRD PMAG UND PMIG BERECHNET
C   •
13  XYZ (II) = 0.0
    RLIKR = 0.0
14  READ (5,2) IANZB
    2  FORMAT (I10)
    DO12 J=1, IANZB
    READ (5,3) IL, RL
    3  FORMAT (I10, F10.0)
    IF (I.EQ.4) GOTO 19
    IF (I-2) 15,16,17
15  NER = NER + IL
    GOTO 20
16  NEP11 = NEP11 + IL
    GOTO 20
17  IF (J.GT.1) GOTO 18
    NEP12 = NEP12 + IL
    RL = PMAG - PMIG
    GOTO 20
18  NEP13 = NEP13 + IL
    RL = 90.0 - PMAG
    GOTO 20
19  NEZ = NEZ + IL
20  IL = 2 * IL
    RL = RL / IL
    DO 12 K=1, IL
    RLIKR = RLIKR + RL
    XYZ (II) = RLIKR
12  CONTINUE
11  CONTINUE

```

Bild 3

Programm zur Berechnung der Koordinaten aller Knoten der Struktur. Teil 1

Für die Innenkontur:

Abschnitt 1

$$\text{Eckknoten:} \quad P1 = \tan(RLP_j)$$

$$\text{Seitenmittenknoten:} \quad P1 = \frac{\tan(RLP_{j-1}) + \tan(RLP_{j+1})}{2}$$

$$XOI = RPL \quad (7)$$

$$YOI = RPL * P1 \quad (8)$$

Abschnitt 2

$$PO = \frac{\pi}{2} * \frac{RLP_j - RLP1_{\max}}{RLP2_{\max} - RLP1_{\max}}$$

$$XOI = RPL - RI * (1 - \cos(PO)) \quad (9)$$

$$YOI = RPL * \tan(RLP1_{\max}) + RI * \sin(PO) \quad (10)$$

Abschnitt 3

$$P1 = \frac{RLP_j - RLP2_{\max}}{\frac{\pi}{2} - RLP2_{\max}}$$

$$XOI = (RPL - RI) * (1 - P1) \quad (11)$$

$$YOI = RI + RPL * \tan(RLP1_{\max}) \quad (12)$$

Für die Außenkontur:

$$XOA = (RPL + RLX_{\max}) * \cos(RLP_j) \quad (13)$$

$$YOA = (RPL + RLX_{\max}) * \sin(RLP_j) \quad (14)$$

Der gesuchte funktionelle Zusammenhang, der eine Ermittlung der Koordinaten aller Knoten gestattet, wird unter Einbeziehung der Gleichungen (7) bis (14) und der Werte des Hilfsvektors aus

$$C4 = \sqrt{(XOA - XOI)^2 + (YOA - YOI)^2}$$

$$C5 = \frac{YOA - YOI}{C4}$$

$$BIB = \arcsin(C5)$$

$$X = XOI + \frac{C4 * RLX_i}{RLX_{\max}} * \cos(BIB) \quad (16)$$

$$Y = YOI + \frac{C4 * RLX_i}{RLX_{\max}} * \sin(BIB) \quad (17)$$

$$Z = RLZ_k \quad (18)$$

gefunden.

Das auf der Grundlage der entwickelten Algorithmen erarbeitete FORTRAN-Programm ist im Bild 4 in verkürzter Form dargestellt.

```

DO 10 I=1,NKZ
  ISTB = 2**((I+2)/2)
  IF (I/2 * 2 .NE. I) GOTO 110
  ISTA = 2
  GOTO 111
110 ISTA = 1
111 DO 10 J=1,NKP,ISTA
C
C   HIER FOLGT DER ALGORITHMUS ZUR
C   BERECHNUNG DER GROESSEN XØI,
C   YØI, C4 UND BIB
C
  DO 10 K1,NKX,ISTB
  IK1 = -2
  IF (J/2 * 2 .EQ. J .OR. K .EQ. NKX) GOTO 117
121 IK1 = IK1 + 1
  IF (IK1) 117, 118, 119
117 XI = XYZ(II)
  GOTO 120
118 XI = (XYZ(II) + XYZ(II + IST 1))/2
  GOTO 120
119 XI = (XYZ(II + IST 1) + XYZ(II + 2 * IST 1))/2
120 C6 = C4 * XI / RLX
  X = XØI + C6 * COS(BIB)
  Y = YØI + C6 * SIN(BIB)
  Z = XYZ(KK)
  IF (IK1 .EQ. -2) GOTO 10
  IF (I/2 * 2 .NE. I .AND. IK1 .EQ. Ø) GOTO 10
  IF (I/2 * 2 .EQ. I .AND. IK1 .EQ. 1) GOTO 10
  GOTO 121
10 CONTINUE

```

Bild 4
Programm zur Berechnung der Koordinaten aller Knoten
der Struktur. Teil 2

Die realisierte Form des Auffindens der im Hilfsvektor abgespeicherten Werte, die zu einer Netzvergrößerung in x-Richtung führt, ist aus dem Programm zu entnehmen.

4. Zusammenfassung

Bei der Anwendung des Programmsystems COSAR zur Spannungs- und Verformungsanalyse von dreidimensionalen Maschinenbauteilen erweist sich die Eingabe der Knotenkoordinaten als aufwendig und fehleranfällig. Obwohl dem Nutzer mit dem Standardstrukturkatalog ein sehr zweckmäßiges Hilfsmittel zur Verringerung der Zahl der Eingabedaten zur Verfügung gestellt wurde, gibt es immer noch zahlreiche Bauteile, die sich nicht einordnen lassen. Daher ist es eine wichtige Aufgabe, den Katalog der Koordinatengenerierungsprogramme laufend zu erweitern. Alle diese Programme haben einen typischen Aufbau. Sie erzeugen aus wenigen Basiswerten ein vollständiges Netz. Als sinnvoll hat sich dabei eine zweistufige Bearbeitung erwiesen. Im ersten Schritt sollten die Grundkoordinaten (Basiswerte) berechnet und abgespeichert werden. Anschließend erfolgt dann die Zuordnung der Basiswerte zu den Knoten und deren Abspeicherung in einem speziellen Koordinatenfeld. Diese Zuordnung kann und wird in vielen Fällen noch eine Modifizierung der Basiswerte einschließen.

Der Einbau solcher Programme, die gegebenenfalls auch vom Nutzer des Programmsystems selbst entwickelt werden können, ist im Programmsystem COSAR vorgesehen. Entsprechende Schnittstellen sind definiert und der Einbau solcher Routinen ist bereits erfolgreich erprobt worden.

LITERATUR

- [1] Horeschi, H.: Aufgaben und Grundprinzipien des Datengenerators für das Programmsystem COSAR. Tagungsbericht „Wissenschaftlich-technische Berechnungen und ihre Anwendung in der Praxis“, Vratna Dolina, September 1977, S. 150 – 170.
- [2] Börgers, M., Horeschi, H.: Datengenerierung und Datenkontrolle bei der Strukturierung räumlicher Bauteile. Z. Technische Mechanik 2 (1981), H. 1, S. 63 – 66.
- [3] Horeschi, H., Widdecke, G.: Erfahrungen bei der Realisierung eines Vernetzungsprogramms auf einer EDVA. Die Generierung der Topologie. Z. Technische Mechanik 2 (1981), H. 2.
- [4] Horeschi, H.: Probleme der Datengenerierung bei der Anwendung der FEM auf dreidimensionale Aufgaben. Tagungsbericht „4th Seminar about finite element method and variational method“, Plzen, Mai 1981, S. 121 – 124.

Anschrift der Verfasser:

Dr.-Ing. Helmut Horeschi
 Sektion Maschinenbau

Dr.-Ing. Günther Widdecke
 Sektion Dieselmotoren, Pumpen und
 Verdichter

Technische Hochschule „Otto von Guericke“
 3010 Magdeburg, PSF 124