

Mechanisch-thermische Modellierung des Spannungsvorganges unter Nutzung der Methode der finiten Elemente

Heinz Gründemann, Horst Weber

Gegenüber den großen Fortschritten, die in den letzten Jahren auf den Gebieten der Entwicklung der Werkzeugmaschinen und der Schneidstoffe sowie im Zusammenhang damit der sprunghaften Erhöhung der Produktivität und Effektivität der Fertigungsprozesse erzielt wurden, sind ähnliche Erfolge bei der Untersuchung von Elementarvorgängen der Metallbearbeitung, die für die Materialökonomie und die Sicherung der Gebrauchseigenschaften der gefertigten Teile so überaus wichtig sind, nicht zu verzeichnen. Neben schon seit langem bestehenden Fragestellungen werden durch höhere Anforderungen an den spanenden Fertigungsprozeß weitere Probleme zu den physikalischen Wirkprinzipien beim Elementarvorgang aufgeworfen.

So stehen zum gegenwärtigen Zeitpunkt noch grundlegende Erkenntnisse, z. B. zum Werkzeugverschleiß, zur Restspannungsproblematik oder überhaupt zur Oberflächenstruktur der gefertigten Teile in Abhängigkeit von den Bearbeitungsparametern und den Materialkennwerten der Werkstoff-Werkzeugpaarung, aus. Der Nachholbedarf liegt weitestgehend in der noch ungenügenden Modellierung dieser durch eine außerordentlich hohe Komplexität gekennzeichneten Prozesse begründet.

Werden lediglich Aussagen über Kraft- und Arbeitsbedarf benötigt, so haben auch heute noch die einfachen Modelle, die auf rein mechanischen Überlegungen bei isothermen Prozeßannahmen beruhen, ihre Berechtigung [1], [2]. Sollen darüber hinaus die angesprochenen, noch ungeklärten Phänomene einer Lösung zugeführt werden, so ist zumindest die thermische Seite mit zu berücksichtigen. In jüngster Zeit ist, maßgeblich beeinflusst durch den erreichten Stand der Rechentechnik und die Entwicklung geeigneter numerischer Verfahren, wie z. B. die Methode der finiten Elemente (FEM), die Möglichkeit gegeben, neben komplexeren mechanischen Modellen (geometrisch nichtlinear, volle Ausnutzung der Plastizitätstheorie) auch Vorgänge der mechanisch-thermischen Kopplung einer Lösung zuzuführen.

In diesem Aufsatz soll anhand erster Beispielrechnungen für das Problem der Spanbildung unter anderem gezeigt werden, daß über die numerisch-rechentechnische Realisierung mechanisch-thermischer Fließprozesse die Berechnung der Temperaturverteilung im Bereich der Spanwurzel allein aus verfügbaren technologischen Parametern und Materialkennwerten möglich ist.

2. Voraussetzungen und Problemstellungen

Die folgenden Betrachtungen sollen auf Spanbildungsprozesse im sogenannten freien Schnitt beschränkt bleiben. Ein solcher Spannungsvorgang ist z. B. in der Praxis beim Ablängen eines Rohres auf der Drehmaschine vorhanden. Die hierbei auftretenden Zustandsgrößen können als repräsentativ für den Gesamtprozeß bei einem Verhältnis von Spantiefe a zu Vorschub s größer als 6 angesehen werden. Im Hinblick auf die Bestimmung mechanisch-thermischer Prozeßgrößen ist die im Bild 1 dargestellte Zoneneinteilung zweckmäßig, wobei folgende Problemklassen zu untersuchen sind:

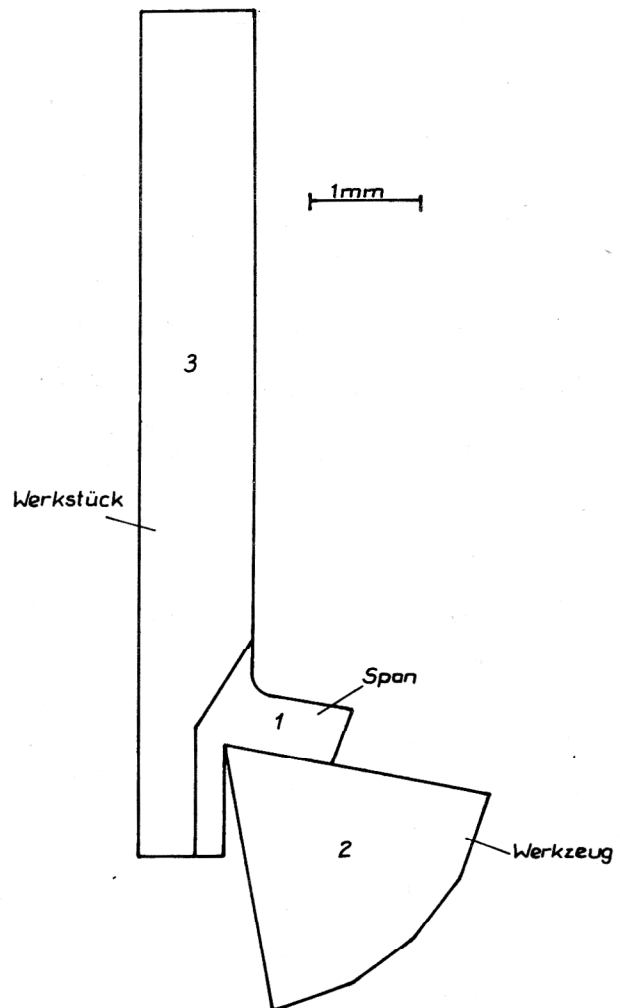


Bild 1
Zoneneinteilung im Gebiet der Spanentstehung

- 1 Berechnung des Temperaturfeldes in den Zonen 1 und 2 und der Teilchengeschwindigkeit in der Zone 1. Mit diesen Größen ist über ein entsprechendes Stoffgesetz die Spannungsverteilung längs der Kontaktfläche Span-Werkzeug-Werkstück berechenbar.
- 2 Ausgehend von der in Problem 1 bestimmten Spannungs- und Temperaturverteilung sind die Spannungen und Deformationen des Werkzeuges (Zone 2) zu berechnen.
- 3 Es kann außerdem die Temperaturverteilung in Zone 3 beim sogenannten Warmspannen, wie z. B. Elektrokontakt- oder Plasmastrahlerwärmung, berechnet werden.

Das letzte Problem erlaubt Aussagen über die gezielte Beeinflussung des Spannungsprozesses mittels zusätzlicher Wirkenergien. Dabei steht primär weniger die Optimierung des Gesamtprozesses im Vordergrund, sondern oftmals die Spanbarkeit des Werkstückmaterials.

Dem gegenüber sind die Probleme 1 und 2 auf die gezielte Beeinflussung der Temperatur- und Spannungsverteilung gerichtet, wobei neben den Materialparametern der Werkstoff-Schneidstoffpaarung die Schnittgeschwindigkeit und als wesentliche geometrische Parameter Spannungshöhe, Spanstauchung und Spanwinkel als Steuergrößen verfügbar sein müssen.

3. Grundlagen des Berechnungsmodells

Die theoretische Basis zur Entwicklung analytischer Beziehungen zwischen technologisch beeinflussbaren Größen (z. B. Schnittgeschwindigkeit, Vorschub, Schnittgeometrie, Werkzeugmaterial ...) und den mechanisch-thermischen Prozesszuständen (Spannungsfelder, Temperaturfelder, Energiedichten ...) bildet die Kontinuumsmechanik und Thermodynamik.

An dieser Stelle sollen nur die wichtigsten Grundgleichungen in schon auf metallische Fließvorgänge spezifizierter Form zusammengefaßt werden. Dabei beschränken wir uns auf stationäre Vorgänge ohne Beschleunigungskonvektion und konstanter Massendichte (Inkompressibilität).

Die Differentialgleichung für die Geschwindigkeit v der Teilchenbewegung resultiert aus der Impulsgleichung:

$$\operatorname{div}(\eta(\dot{\epsilon}_{II}, \Theta)(\operatorname{grad} v + \operatorname{grad} v^T) - \operatorname{grad} p = \rho g \quad (1)$$

Dabei ist $\eta(\dot{\epsilon}_{II}, \Theta)$ die den proportionalen Zusammenhang zwischen Verzerrungsgeschwindigkeiten $\dot{\epsilon}_{ij}$ und Deviatorspannungen s_{ij} beschreibende, von der zweiten Invariante $\dot{\epsilon}_{II}^2 = \frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}$ und Θ abhängige skalare Materialfunktion:

$$s_{ij} = 2 \eta(\dot{\epsilon}_{II}, \Theta) \dot{\epsilon}_{ij} \quad (2)$$

(Strain Rate Sensitive Plastic Materials; Perzyna [3]). In diese Klasse konstitutiver Spannungsbeziehungen kann auch der „BINGHAM-Körper“ eingeordnet werden:

$$s_{ij} = 2 \left(\mu + \frac{k}{\dot{\epsilon}_{II}} \right) \dot{\epsilon}_{ij} \quad (3)$$

Der Gesamtspannungszustand wird durch den augenblicklich wirkenden Verzerrungsgeschwindigkeitszustand eindeutig bestimmt. Die Wärmeleitungsgleichung resultiert aus der Energiebilanz am Masseteilchen:

$$\begin{aligned} -\operatorname{div}(\kappa(\Theta) \operatorname{grad} \Theta) + \rho c_p(\Theta) \operatorname{grad} \Theta \cdot v = \\ = \rho h + \eta(\dot{\epsilon}_{II}, \Theta) \dot{\epsilon}_{II}^2 \end{aligned} \quad (4)$$

Der Term $\eta(\dot{\epsilon}_{II}, \Theta) \dot{\epsilon}_{II}^2$ beschreibt die Dissipationsleistung und ist letztlich das entscheidende Kopplungsglied zwischen den ablaufenden mechanischen und thermischen Prozessen. Durch die Gleichung (4) wird ein Zusammenhang zwischen Temperaturverteilung und der in Wärme umgesetzten mechanischen Arbeit hergestellt.

Das Differentialgleichungssystem (1) und (4) muß noch durch geeignete Randbedingungen ergänzt werden (Vorgabe von Randbelastungen und Randgeschwindigkeiten – Schnittgeschwindigkeit, Wärmeabstrahlung, Randtemperaturen) und stellt in dieser Form die analytische Modellbeschreibung dar.

4. Die Methode der finiten Elemente

Eine analytische Lösung für v , p und Θ ist im vorliegenden allgemeinen Fall nicht möglich. Neben anderen numerischen Lösungstechniken (z. B. Differenzenverfahren) steht jedoch mit der Methode der finiten Elemente ein Verfahren zur Verfügung, das bei vorhandenen EDV-Programmen vom Anwender auch ohne besondere Spezialkenntnisse effektiv genutzt werden kann. An dieser Stelle sollen nur die vom Anwender zu beachtenden wesentlichsten Diskretisierungsschritte anhand der bearbeiteten Problematik aus der Spannungsforschung (Bild 2) erläutert werden.

Eine ausführliche Darstellung findet man bei Zienkiewicz [5].

- Die zu untersuchenden Strukturen (Bild 2) werden in vierseitige 9-Knoten-Elemente (vollständige quadratische (Lagrangesche-) Elemente) zerlegt, wobei ein isoparametrisches Abbildungskonzept zwischen einem Standardelement und der Elementlage in der Struktur gemäß dem Schema in Bild 3 zur Anwendung kommt. Dabei muß beachtet werden, daß die Seitenlängenverhältnisse und Innenwinkel an den Eckknotenpunkten der Strukturelemente innerhalb gewisser Toleranzbereiche bleiben müssen. Empfehlenswert ist auch, in kritischen Strukturbereichen (Kerben, scharfe Kanten) oder Gebieten, in denen Einzellasten angreifen, eine Netzverfeinerung vorzunehmen, wobei allerdings darauf zu achten ist, daß übermäßig grobe Abstufungen in der Netzverfeinerung zu vermeiden sind.
- Weniger der Programmnutzer als vielmehr der Programmentwickler hat über die Diskretisierung des zu lösenden Differentialgleichungssystems zu entscheiden, da diese den Aufbau der Elementsteifigkeitsmatrizen bestimmt. Diese Matrizen werden nach Einführung der gleichen Formfunktionen wie für die Elementfunktionen direkt aus den Differentialausdrücken für die Systeme (1) und (4) entwickelt. Zu beachten ist jedoch, daß die Berech-

Bild 2
Vernetzung der Zonen 1 bis 3

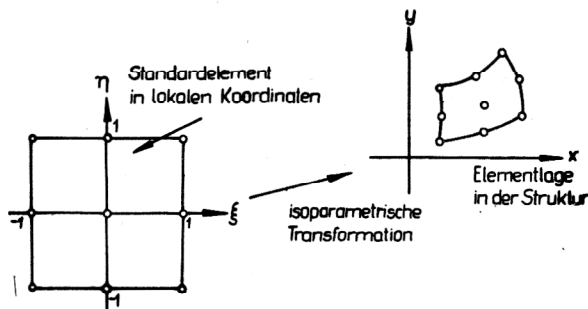
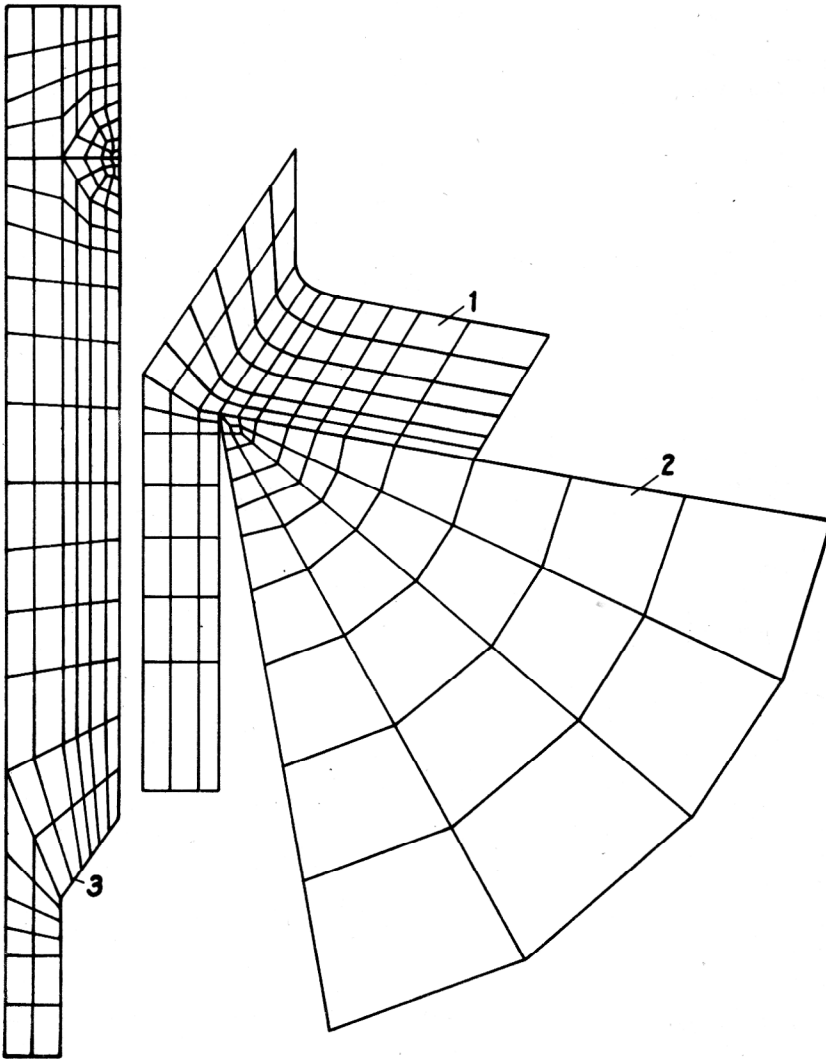


Bild 3
Isoparametrisches Abbildungskonzept

nung der Knotenpunkttemperaturen auf Grundlage bilinearer Formfunktionen erfolgt, die auf vierseitigen 4-Knoten-Elementen nach dem Schema in Bild 4 definiert sind. Nach Assemblierung der Elementsteifigkeitsmatrizen entstehen nichtlineare algebraische Gleichungssysteme, zu deren Lösung iterative Schemata entwickelt wurden. Die Ausdrücke für die Koeffizienten der Elementsteifigkeiten und genaue Angaben über die eingesetzten iterativen Lösungstechniken sind in [6] enthalten.

Vom Programmnutzer müssen für eine aktuelle Rechnung die Daten zur Vernetzungstopologie (Knoten-

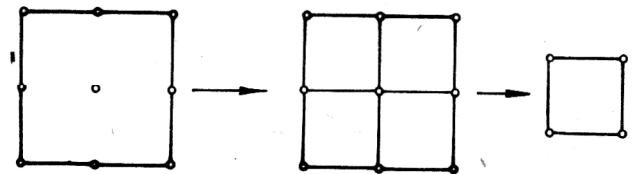


Bild 4
Elementdefinition für die Temperaturberechnung

punktskoordinaten, Elementzusammenhang) zur Belastungscharakteristik (Knotenbelastungen, Randbedingungscode, Randbedingungen) und die Daten für die Materialparameter erfasst werden.

Neben den in den Knotenpunkten berechneten Werten für v und Θ interessieren in der Regel abgeleitete Größen z. B. s_{ij} und $\dot{\epsilon}_{ij}$, die direkt aus v und Θ rechnerintern berechenbar sind. Eine ebenfalls rechnerinterne Datenaufbereitung und nutzerfreundliche Datenausgabe (z. B. Niveauliniendarstellungen) sind empfehlenswert.

Der Algorithmus ist rechentechnisch in einem EDV-Programm realisiert. Zur Erleichterung der Dateneingabe, Problembeschreibung und Auswertung der Rechenergebnisse stehen Routinen zur Verfügung, die über eine spezielle Programmiersprache je nach Bedarf aufrufbar sind.

5. Testrechnungen

Um die Brauchbarkeit des Modells und die Zuverlässigkeit des Lösungsalgorithmus abzusichern, sind umfangreiche Testrechnungen notwendig. Dazu können im Rahmen der FEM-Realisierung auf dem Gebiet der Umformtechnik (Vorwärtsfließpressen, Walzen) zum Vergleich Beispielrechnungen herangezogen werden [4], [5]. Auf dem Gebiet der Spannungsforschung sind Temperaturfeldberechnungen bei auf experimentellem Wege gewonnener Dissipationsleistung durchgeführt worden [7], [8]. Die Ergebnisse stimmen zum Teil ausgezeichnet mit experimentellen Untersuchungsergebnissen überein. Im Hinblick auf die durchgängige Realisierung mechanisch-thermischer Prozesse wurde an diese Arbeiten angeknüpft.

Die Ergebnisse erster Testrechnungen zur Temperaturfeldberechnung (Probleme 1 und 3) sind in den Bildern 5 und 6 zusammengefasst. Der Verlauf der Isothermen in Bild 5 ist qualitativ in Übereinstimmung mit vergleichbaren Ergebnissen von Tay, . . . [7] und Muraka, . . . [8]. Deutlich tritt hervor, daß Spitzenwerte der Temperatur am Ende der Kontaktfläche erreicht werden. Die noch zu niedrigen Absolutwerte für die Temperaturniveaus (im Realvorgang können Spitzenwerte um 1000 °C erreicht werden) resultieren aus der Annahme einer Haftbedingung längs der Kontaktfläche Span-Werkzeug. Hier ist eine Modellerweiterung durch Einbeziehung von Reibkräften notwendig.

Aus den Beispielrechnungen zur Elektrokontakterwärmung (Bild 7) können folgende Ergebnisse abgeleitet werden:

Bei höherer Schnittgeschwindigkeit tritt eine geringere Spitzentemperatur auf.

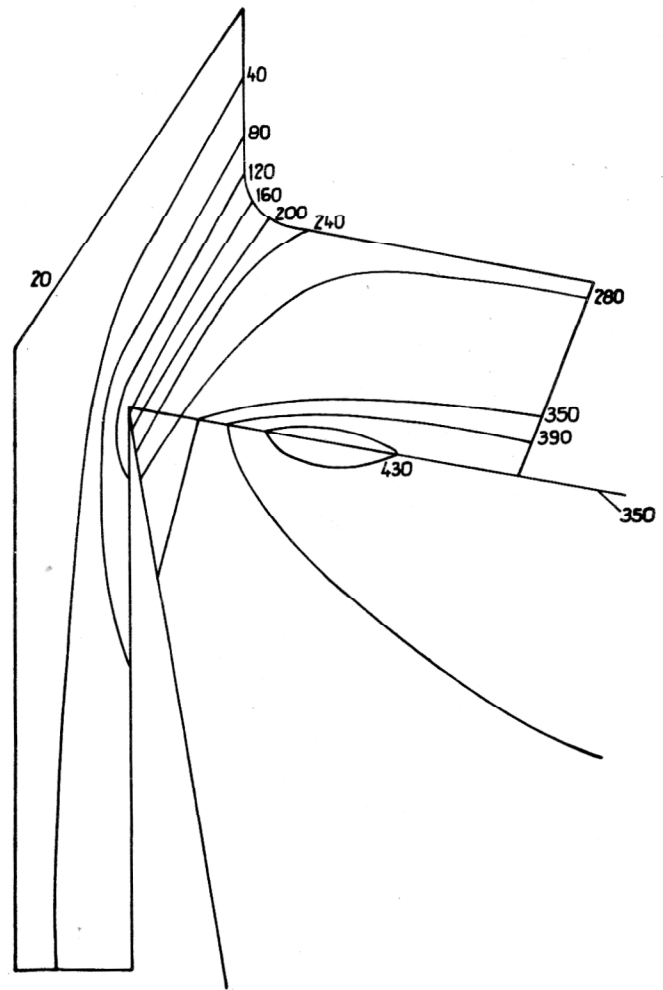


Bild 5
Temperaturverteilung (°C) in den Zonen 1 und 2
 $v = 100 \text{ m/min}$, Werkstückmaterial: Ck 45

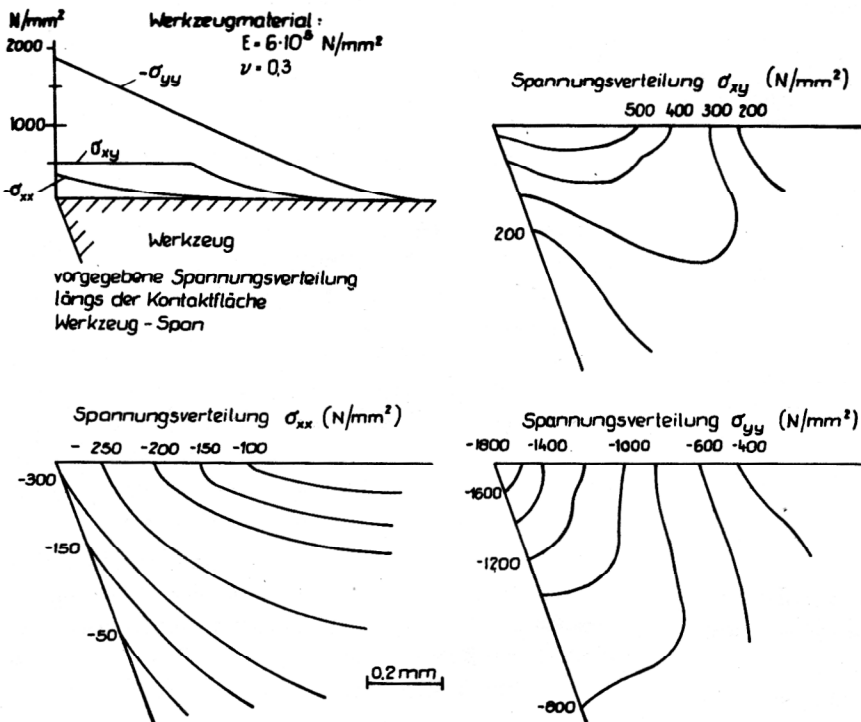


Bild 6
Spannungsverteilung in Zone 2

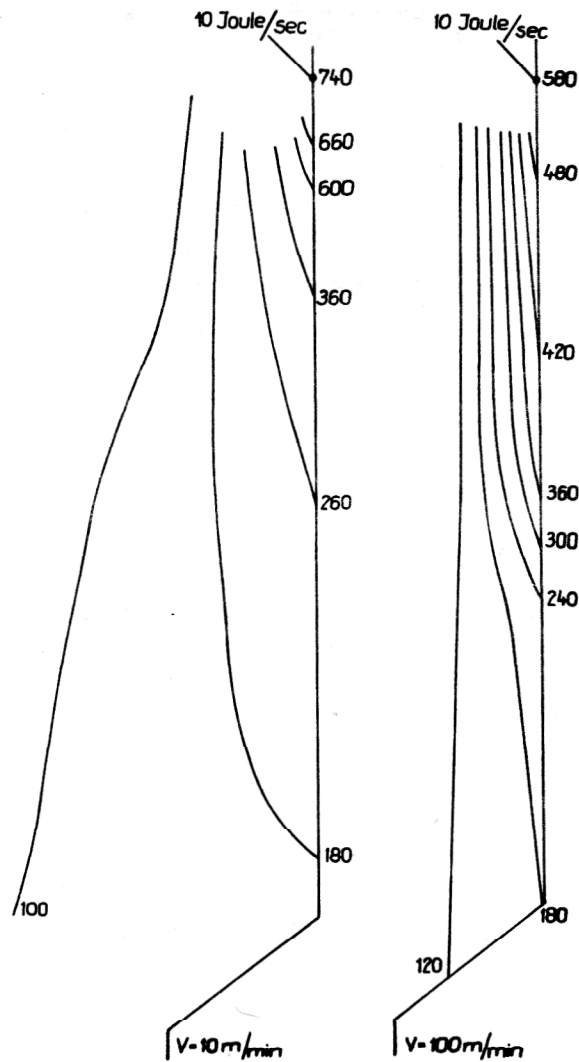


Bild 7
Temperaturverteilung ($^{\circ}\text{C}$) in Zone 3 bei punktförmiger Wärmequelle,
Werkstoff: Ck 45

Je dominierender der konvektive Wärmetransport ist, desto ausgeprägter ist das Temperaturgefälle im unmittelbaren Oberflächenbereich.

Für das Problem 1 ist die Berechnung der Druckverteilung und damit auch der Schnittkraftverteilung längs der Kontaktfläche rechentechnisch noch nicht realisiert. Im Bild 6 sind für eine angenommene Schnittkraftverteilung und mit der berechneten Temperaturverteilung (Bild 5) die Spannungen im Bereich der Schneidenspitze dargestellt.

6. Zusammenfassung und Ausblick

Fundierte Untersuchungen der Spannungsmechanismen als Voraussetzung für die gezielte Steuerung des Bearbeitungsvorganges sind auf Grundlage eines Modells, das thermische Einflußgrößen berücksichtigt, möglich. Die Testrechnungen bestätigen, daß mit der vorgestellten Modellvariante und dem FEM-Programmsystem brauchbare Ergebnisse gewonnen werden können. Um den Anwendungsbereich zu erweitern, sind nach den bisherigen Erfahrungen folgende Modell- und Programmerweiterungen anzustreben:

Programmetechnische Realisierung der Schnittkraftberechnung

Berücksichtigung von Reibeinflüssen längs der Kontaktflächen

Abbau von a priori-Informationen über die Gebietsgeometrie (Zone 1) durch Einbeziehung freier Randwertprobleme.

Der Reibungsproblematik sollte unbedingt Aufmerksamkeit geschenkt werden. Es käme trotz aller Bedenken physikalischer Natur auf einen Versuch an, ob die Newton-Coulombsche Reibung wenigstens in einem integralen Sinne die Reibungsmechanismen an den Kontaktflächen noch befriedigend modelliert. Ansätze dazu gibt es in der Literatur [9]. Häufig geht man davon aus, daß die Reibkraftdichte die Richtung des Geschwindigkeitsvektors gemäß

$$\mathfrak{g}_R = \alpha k \frac{\mathbf{v}}{\|\mathbf{v}\|} \quad (5)$$

besitzt, wobei α ($0 \leq \alpha \leq 1$) ein die Beschaffenheit der Reibflächen beschreibender Materialparameter ist. Langfristig sollte die Reibungsproblematik jedoch durch auf die Struktur bezogene festkörperphysikalische Untersuchungen angegangen werden.

Zu den ebenfalls langfristig aktuellen Themen gehören instationäre Spannungsvorgänge bei allgemein 3-dimensionaler Betrachtungsweise. Die numerisch-rechentechnische Realisierung steht hier allerdings erst am Anfang.

Bezeichnungen

| | |
|--------------------------------|---|
| s_{ij} | Deviatorspannungen (N/mm^2) |
| $\dot{\epsilon}_{ij}$ | Verzerrungsgeschwindigkeiten ($1/\text{s}$) |
| $\dot{\epsilon}_{II}$ | Zweite Invariante des Verzerrungsgeschwindigkeitstensors ($1/\text{s}$) |
| Θ | Temperatur ($^{\circ}\text{C}$) |
| \mathbf{v} | Geschwindigkeitsvektor (m/min) |
| p | Hydrostatischer Druck (N/mm^2) |
| ρ | Dichte (g/mm^3) |
| $\mathfrak{g}, \mathfrak{g}_R$ | Kraftdichten (N/mm^3) |
| η | Verfestigungsfunktion |
| k | Fließschubspannung (N/mm^2) |
| μ | Kinematische Zähigkeit (Ns/mm^2) |
| κ | Wärmeleitfähigkeit ($\text{J}/\text{s mm }^{\circ}\text{C}$) |
| c_p | Spezifische Wärme ($\text{J}/\text{g }^{\circ}\text{C}$) |
| h | Äußere Wärmequellen ($\text{J}/\text{s mm}^3$) |
| α | Reibparameter |

LITERATUR:

- [1] Weber, H.: Mechanik der Spannbildung. Wiss. Zeitschrift TH Karl-Marx-Stadt, 11 (1969), H. 5, S. 597 – 624.
- [2] Dohmen, H. G.: Vergleich der zerspannungsmechanischen Theorien unter Anwendung der Plastizitätsmechanik. Hab. Universität Bochum 1974.
- [3] Perzyna, P.: On the constitutive equation for Workhardening and Rate sensitive plastic Materials. Bulletin de l'Academie Polonaise des Sciences, Vol. XII, No. 4 (1964).
- [4] Zienkiewicz, O. C.; Jain, P. C.; Onate, E.: Flow of Solids during Forming and Extrusion: Some Aspects of numerical solution, Int. J. Solids Structures, 14 (1978), S. 15 – 38.

- [5] Zienkiewicz, O. C.: The Finite Element Method. 3rd edition, Mc Graw Hill, London, 1977.
- [6] Gründemann, H.: Zur numerischen Realisierung thermo-mechanischer Probleme bei Metallverformungsvorgängen mittels FEM, Vortrag auf dem Problemseminar „Finite Elemente III“ Gaußig, 19. – 23. Jan. 1981.
- [7] Tay, A. O.; Stevenson, M. G.; . . . : A numerical Method for Calculating Temperature Distribution in Machining from Force and Shear Angle Measurements. Int. J. Mach. Tool Des. Res. Vol. 16 (1976), S. 335 – 349.
- [8] Muraka, P. D.; Barrow, G.; Hinduja, S.: Influence of the Process Variables on the Temperature Distribution in Orthogonal Machining using the Finite Element Method. Int. J. Mech. Sci., Vol. 21 (1979), S. 445 – 456.
- [9] Hartley, P.; Sturgess, C. E. N.; Rowe, G. W.: Friction in finite element analysis of metalforming processes. Int. J. Mechn. Sci. 21 (1979), S. 301 – 311.

Anschrift der Verfasser:

Dr. rer. nat. Heinz Gründemann
Akademie der Wissenschaften der DDR,
Institut für Mechanik
9010 Karl-Marx-Stadt, PSF 408

Prof. Dr.-Ing. habil. Horst Weber
Technische Hochschule,
9010 Karl-Marx-Stadt, PSF 964