

# Ein mechanisches Modell zur Berechnung des E-Moduls gefüllter und kurzfaserverstärkter Kompositionen und dessen experimentelle Überprüfung

Wolfgang Pfefferkorn

*Zunächst wird eine bereits bekannte Methode des Referenten zur Vorausberechnung des E-Moduls gefüllter und mit kurzen Fasern verstärkter Stoffe auf der Grundlage eines mechanischen Modells zusammenfassend dargestellt und die Probleme und Grenzen ihrer Anwendung erläutert. Aus eigenen Versuchen und z. T. aus Versuchen anderer Autoren an verschiedenen Stoffsystemen werden Ergebnisse gebracht, mit den Ergebnissen der Theorie verglichen und Abweichungen von den Modellvoraussetzungen beschrieben.*

## 1. Übersicht

Werkstoffe, insbesondere Plaste, werden durch Zumischen von Füllstoffen in globularer oder Faserform in zunehmendem Maße modifiziert. Die Ursachen hierfür liegen im merklichen Anheben der mechanischen Kennwerte E-Modul und Festigkeit unter Beibehaltung der Verarbeitbarkeit auf Plastverarbeitungsmaschinen und in der zusätzlichen Einsparung von teurerem Matrixwerkstoff infolge des Verschnitts mit billigeren Füllstoffen begründet. Bei der Verarbeitung auf Extrudern und Spritzgußmaschinen werden die Fasern infolge der hohen Scherkräfte zerkleinert und orientiert. In einem Vorschlag des Verfassers zur Berechnung des E-Moduls kurzfaserverstärkter Werkstoffe wurden diese beiden Effekte erstmals berücksichtigt [1]. Die Brauchbarkeit dieses Berechnungsverfahrens konnte durch Versuche bestätigt werden [2] bis [4]. (In einer Arbeit von Ehrenstein und Wurmb [5] wurden größere Abweichungen zwischen Experiment und Rechnung festgestellt. Sie beruhen jedoch auf einer falschen Anwendung der Theorie: Statt mit unorientierten Fasern zu rechnen wurden die Gln. für parallele Fasern benutzt. Dadurch liegen die theoretischen Werte weit über den experimentellen.)

Später zeigte sich die Erweiterungsfähigkeit des Verfahrens auf polyheterogene Kompositionen, die sowohl verschiedenartige globulare als auch faserförmige Füllstoffe enthalten [6].

In den folgenden Ausführungen soll das Berechnungsverfahren zusammenfassend dargestellt und die Ergebnisse einer experimentellen Überprüfung anhand verschiedener polyheterogener Kompositionen gezeigt und beurteilt werden.

## 2. Beschreibung des mechanischen Modells u. Berechnungsverfahrens

Es werden Kompositionen betrachtet, deren Matrix mit beliebig vielen verschiedenartigen Komponenten gefüllt wurde.

Die Füllstoffpartikel können von globularer Form sein oder die Gestalt kurzer Fasern besitzen. Der mittlere Durchmesser der Globulen soll wesentlich kleiner als die mittlere Faserlänge sein. Die Komposition wird als mechanisches Gemisch behandelt und setzt die Kenntnis der E-Moduln der Komponenten voraus. Die gegenseitige chemische oder physikochemische Beeinflussung der beteiligten Werkstoffe bleibt unberücksichtigt. Wenn diese Beeinflussung durch andere Untersuchungen bekannt ist, kann dieser Effekt durch Modifizierung der elastischen Kenngrößen berücksichtigt werden. Ferner wird eine gleichmäßige Verteilung aller Komponenten in der Matrix vorausgesetzt.

Die beteiligten Komponenten sollen linear-elastisch sein. Liegt teilweise linear-viskoelastisches Verhalten vor, so kann näherungsweise statt des E-Moduls der Kriechmodul gesetzt werden. Es werden außer den Moduln und dem Volumenanteil der Komponenten auch die verarbeitungsbedingten unterschiedlichen Faserlängen und die Faserorientierungen nach einer Vorzugsrichtung berücksichtigt. Beide besitzen Zufallscharakter und sind bei einer Vorausberechnung aufgrund vorliegender Erfahrungen (evtl. zonenweise) abzuschätzen.

Nach einem Vorschlag von Flemming [7] kann die Wirkung der Fasern auf zwei Effekte zurückgeführt werden:

auf die sogenannte Füllstoffwirkung infolge der bloßen Anwesenheit des fein verteilt gedachten Füllstoffes (zerkleinerte Fasern).

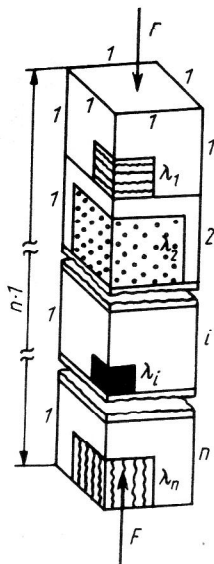
auf den Einfluß der geometrischen Gestalt der eingelagerten Teilchen.

### 2.2. Zur Füllstoffwirkung

Die Füllstoffwirkung im oben angegebenen Sinne abstrahiert von der Form der eingelagerten Teilchen. Sie ist daher durch Versuche an realen gefüllten Kompositionen nicht exakt nachprüfbar und besitzt hypothetischen Charakter. Allerdings kann festgestellt werden, daß die große Zahl der Berechnungsvorschläge für unterschiedliche globulare Teilchenformen zu nahe beieinanderliegen-

den Ergebnissen führen (z. B. Oldroyd [8], Stroppe [9], Pelzbauer [10], Hashin und S. Trickman [11], Pfefferkorn [1]). Eine weitere Zusammenstellung findet sich bei Skudra/Bulavs/Rosen [12]. Offenbar ist die Form globularer Teilchen für den Modul der Komposition von untergeordneter Bedeutung. Diese Vermutung wurde durch Urbanczyk [13] bestätigt, der Berechnungen der Spannungen und des E-Moduls an ebenen Modellen mit verschiedenartig geformten (kreisförmigen, quadratischen und dreieckförmigen) und geordnet eingelagerten Füllstoffpartikeln durchführte. Der Vergleich der erhaltenen Rechenergebnisse mit denen des hier benutzten einfachen Modells [1] ergab Abweichungen von weniger als 5%. Aus diesem Grunde wurde das in [1] entwickelte Modell mit würfelförmigen Füllstoffteilchen auf ein polyheterogenes System erweitert.

Zur Berechnung der Füllstoffwirkung denke man sich alle Zusatzstoffe (auch die Fasern) gleichmäßig dispergiert im Matrixwerkstoff angeordnet. Wenn ein hinreichend großer Streifen der Länge  $n \cdot a$  mit quadratischem Querschnitt  $a^2$  herausgeschnitten wird, sollen alle  $n$  Füllstoffe entsprechend ihrem Volumenanteil  $\varphi_i = V_i/V$  ( $i \in n$ ) darin enthalten sein (Bild 1). In dieser Zuordnung des Matrixwerkstoffes zum Füllstoff liegt



**Bild 1**  
Modell der Füllstoffwirkung  
heterogener Kompositionen

eine gewisse Willkür des Modells. Das elastische Verhalten eines Elementarwürfels der Kantenlänge  $a = 1$ , der den Volumenanteil der  $i$ -ten Komponente des gesamten Streifens der Länge  $n \cdot 1$  enthält, wird durch drei Federn ersetzt, von denen zwei in Reihe und diese zur dritten parallel geschaltet sind [1]. Vom untergeordneten Einfluß unterschiedlicher Querkontraktionszahlen auf die Längsdeformation wird hier im Interesse eines einfachen Modells abgesehen.

Es werden folgende Bezeichnungen eingeführt:

$E_H$  – Elastizitätsmodul der Matrix

$\varphi_i = V_i/V = \lambda_i^3/n$  – Volumenanteil der Komponente  $i$ ,

$E_i$  – Elastizitätsmodul der Komponente  $i$ ,

$\eta_i = E_i/E_H$ ,

$E_o$  – Elastizitätsmodul der in oben genannter Weise gefüllten Matrix,

$f_n = E_o/E_H$  – Füllstofffaktor.

Die Reihenschaltung aller Elementarwürfel gemäß Bild 1 führt zum Füllstofffaktor  $f_n$ :

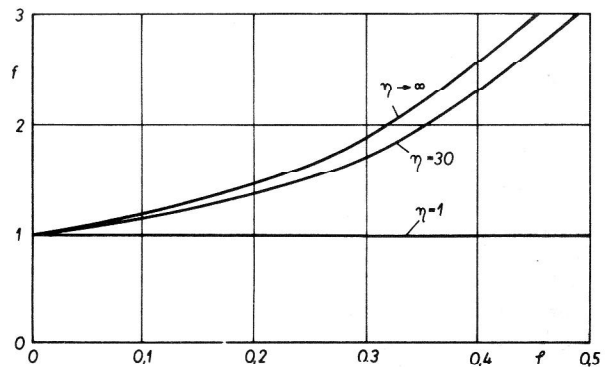
$$f_n = \frac{E_o}{E_H} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{\eta_i - (\eta_i - 1) \sqrt[3]{n \varphi_i}}{\eta_i - (\eta_i - 1) (\sqrt[3]{n \varphi_i} - n \varphi_i)}} \quad (1)$$

Für eine Zusatzkomponente ( $n = 1$ ) ist mit

$\eta_1 = \eta$  und  $\varphi_1 = \varphi$ :

$$f_1 = E_o/E_H = \frac{\eta - (\eta - 1) (\sqrt[3]{\varphi} - \varphi)}{\eta - (\eta - 1) \sqrt[3]{\varphi}} \quad (1a)$$

Der Verlauf wurde im Bild 2 dargestellt.



**Bild 2**  
Füllstofffaktor in Abhängigkeit vom Volumenanteil des Füllstoffs  
( $f_1 = E_f/E_H$ )

## 2.2. Zur Verstärkung infolge der Faserform

Von den  $n$  verschiedenen Füllstoffarten sollen  $m$  in Faserform, der Rest  $p = n - m$  in globularer Form vorliegen. Ist der mittlere Durchmesser der globularen Teilchen wesentlich kleiner als die mittlere Faserlänge, so bilden jene für die Fasern eine modifizierte, gefüllte Matrix, deren E-Modul sich nach Gl. (1) wie folgt berechnet:

$$\bar{E}_o = E_H \frac{p}{\sum_{k=1}^p \frac{\eta_k - (\eta_k - 1) \sqrt[3]{p \varphi_k}}{\eta_k - (\eta_k - 1) (\sqrt[3]{p \varphi_k} - p \varphi_k)}} \quad (2)$$

Für die effektive Querkontraktionszahl der modifizierten Matrix wird der Mittelwert

$$\bar{\nu}_o = \frac{\nu_H (1 - \sum_{i=1}^n \varphi_i) + \sum_{k=1}^p \nu_k \varphi_k}{1 - \sum_{\lambda=1}^m \varphi_\lambda} \quad (3)$$

als hinreichend genau erachtet.

Über die modifizierte Matrix werden die Kräfte von einer Faser auf die benachbarten übertragen. Die Kraftübertragung zwischen den Fasern einer zufällig entstandenen Faserkonfiguration wird durch ein Einfasermodell wie folgt simuliert:

Ist  $l_\lambda$  die Länge einer beliebigen Faser der Art  $\lambda$ , so denke man sich diese Faser mit einer zylindrischen Hülle aus der modifizierten Matrix umgeben. Die Volumina von Hülle und Faser entsprechen dem Volumenanteil  $\varphi_\lambda$  dieser Faserart am Gesamtsystem.

Der Matrixmantel erfahre nun die gleiche mittlere Dehnung wie die Komposition. Die modifizierte Matrix überträgt durch diese Randdeformation vermöge ihrer Elastizität Kräfte auf die Faser (ausführliche Ableitung siehe in [1]). Die mittlere Spannung  $\sigma_\lambda$  in Faserlängsrichtung über die Faserlänge  $l_\lambda$  beträgt im Vergleich zur Spannung der (mit allen  $n$  Komponenten) gefüllten Matrix bei gleicher Dehnung

$$\bar{\sigma}_\lambda / \sigma_o = \frac{E_\lambda}{E_o} \left( 1 - \frac{\text{th}(\gamma_\lambda l_\lambda)}{\gamma_\lambda l_\lambda} \right) \quad (4)$$

mit

$$\gamma_\lambda = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{c}{E_\lambda A_\lambda}}; \quad c = \frac{2 \bar{E}_o \pi}{(1 - \bar{\nu}_o) \ln C}; \quad C = \frac{1}{\sum_{\lambda=1}^m \varphi_\lambda}$$

$E_o$  wird gemäß Gl. (1) berechnet;  $A_\lambda$  ist der Faserquerschnitt.

Der Grundgedanke für die Erfassung des Formeinflusses auf die Verstärkung besteht nun darin, daß zu den Kräften, die in der lediglich gefüllten Matrix mit dem Modul  $E_o$  (nicht  $\bar{E}_o$ !) durch Dehnung entstehen, die Faserkräfte hinzugezählt werden. Der Vorgang ist im Bild 3 erklärt: Der gefüllten Matrix werden  $m$  Fasern anteilmäßig zugeordnet. Durch Addition der Kräfte über den Querschnitt entsteht eine mittlere Spannung:

$$\bar{\sigma}_v = \sigma_o + \sum_{\lambda=1}^m \bar{\sigma}_\lambda \varphi_\lambda \quad (5)$$

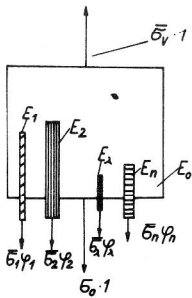


Bild 3  
Modell zur Verstärkungswirkung der Fasern polyheterogener Kompositionen

Der Vergleich zwischen gefüllter und faserverstärkter, gefüllter Matrix führt bei gleicher Dehnung auf:

$$\sigma_o / E_o = \bar{\sigma}_v / \bar{E} \quad (6)$$

Darin ist  $\bar{E}$  der E-Modul der mit parallelen Fasern beliebiger Länge  $l_\lambda$  und  $m$  verschiedenen Faserarten sowie mit  $p$  verschiedenen globularen Füllstoffarten gefüllten Matrix. Mit  $E_o = f_n E_H$  entsteht daraus der elementare Verstärkungsfaktor für eine derartige Komposition mit parallelen Fasern:

$$\bar{K} = \bar{E} / E_H = f_n \left( 1 + \frac{1}{\sigma_o} \sum_{\lambda=1}^m \bar{\sigma}_\lambda \varphi_\lambda \right) \quad (7)$$

Die Faserlängen sind jedoch nicht gleichgroß. Durch den Verarbeitungsprozeß entsteht eine Faserlängenverteilung, die für jede Faserart anders sein kann. Diese wird durch die Dichtefunktion  $\psi_\lambda(z_\lambda)$  mit  $z_\lambda = l_\lambda / L_\lambda$  charakterisiert.  $L_\lambda$  ist die größte auftretende Faserlänge der Art  $\lambda$ . Die Dichtefunktion unterliegt der Bedingung:

$$\int_0^1 \psi_\lambda(z_\lambda) dz_\lambda = 1$$

Der gesamte Einfluß vieler paralleler Fasern auf die Verstärkung, deren Längenverteilung durch  $\psi_\lambda$  beschreibbar ist, kann durch den Faktor

$$P_\lambda = \int_0^1 \psi_\lambda(z_\lambda) \left[ 1 - \frac{\text{th}(\beta_\lambda z_\lambda)}{\beta_\lambda z_\lambda} \right] dz_\lambda \quad (8)$$

mit  $\beta_\lambda = \gamma_\lambda L_\lambda$  erfasst werden.

Wird in Gl. (7)  $\sigma_o = \epsilon E_o$ ,  $\bar{\sigma}_\lambda = \epsilon E_\lambda$  und  $E_o = f_n E_H$  gesetzt, so ergibt sich als Verstärkungsfaktor einer polyheterogenen Komposition mit paralleler Faseranordnung und  $n$  Füllstoffen, davon  $m$  in Faserform:

$$\bar{K} = \bar{E} / E_H = f_n + \frac{1}{E_H} \sum_{\lambda=1}^m P_\lambda \varphi_\lambda E_\lambda \quad (9)$$

Durch den Verarbeitungsprozeß erhalten die Fasern eine bestimmte Orientierung. Im allgemeinen sind die Richtungen nicht alle gleich wahrscheinlich, sondern die Fasern richten sich stärker nach einer Vorzugsrichtung aus, zu der sie den Winkel  $\alpha$  einnehmen. Versuche haben gezeigt, daß hierfür die Gauss'sche Normalverteilung nahezu zutrifft [14]. Dadurch entsteht für die Komposition orthotropes Verhalten. Bei einer Vorzugsrichtung entsteht ein Körper mit  $E_x = E_y = E_z$ , der als transversal-isotrop bezeichnet wird. Dieser Richtungseinfluß wird durch die Faktoren  $R_x$  in Vorzugsrichtung und  $R_{y,z}$  senkrecht dazu berücksichtigt. Aus der Transformation des Spannungs-Dehnungsverhaltens und der Wichtung der Richtungen entsprechend der Gauss-Verteilung ergeben sich die Ausdrücke

$$R_{x\lambda} = B_\lambda \int_0^{\pi/2} e^{-\Omega_\lambda \alpha^2} \cos^4 \alpha d\alpha \quad (10a)$$

$$R_{y,z\lambda} = B_\lambda \int_0^{\pi/2} e^{-\Omega_\lambda \alpha^2} \sin^4 \alpha d\alpha \quad (10b)$$

mit  $B_\lambda = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi/2} e^{-\Omega_\lambda \alpha^2} d\alpha$ .  $\Omega_\lambda$  ist ein Orientierungsfaktor, den man für eine Vorausberechnung für alle Faserarten gleich groß, also  $\Omega_1 = \Omega_2 = \dots = \Omega_\lambda = \Omega_m = \Omega$  annehmen wird.

Die Verstärkungsfaktoren können dann wie folgt formuliert werden:

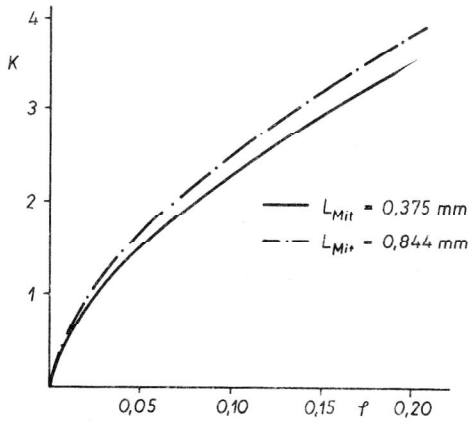
Die Verstärkungsfaktoren können dann wie folgt formuliert werden:

$$K_{x,y,z} = \frac{E_{x,y,z}}{E_H} = f_n + \frac{1}{E_H} \sum_{\lambda=1}^m \varphi_\lambda E_\lambda P_\lambda R_{x,y,z\lambda} \quad (11)$$

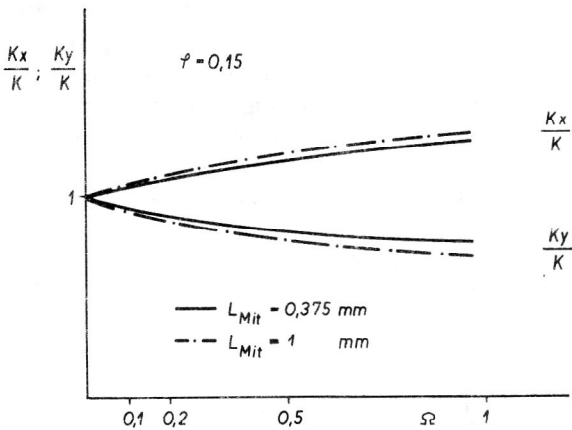
Für isotrope Körper ist z. B.  $\Omega = 0$  und  $R_x = R_y = R_z = 3/8$ . Für parallele Fasern ist  $\Omega \rightarrow \infty$  und  $R_x = 1, R_y = R_z = 0$ .

Für die Auswertung wurde ein kurzes ALGOL-Programm erarbeitet. Zur besseren Auswertung können auch die Integrale der Gln. (8) und (10) durch Summen über Fasergruppen bestimmter Länge bzw. Richtung ersetzt werden (vgl. z. B. [2] und [4].)

Im Bild 4a und 4b ist die mögliche Auswertung in Form eines für den Konstrukteur anwendungsbereiten Diagramms gezeigt. (Bild 4a und 4b).



**Bild 4a**  
Verstärkungsfaktor  $K$  in Abhängigkeit des Volumengehalts  $\varphi$  an Fasern bei isotroper Faserorientierung



**Bild 4b**  
Einfluss der transversal-isotropen Faserorientierung auf den Verstärkungsfaktor

### 3. Experimentelle Ergebnisse

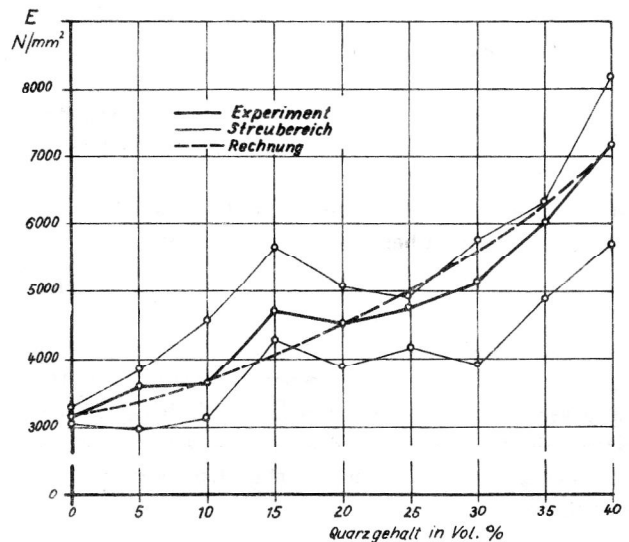
Um die praktische Brauchbarkeit des Verfahrens nachzuweisen, wurden einige Experimente mit verschiedenen Werkstoffsystemen durchgeführt. Hierbei interessierte besonders die Untersuchung des Einflusses der Abweichungen von den Modellvoraussetzungen, eine getrennte Analyse der Füllstoffwirkung globularer Teilchen von der Verstärkungswirkung kurzer Fasern und das Verhalten bei extrem unterschiedlichen E-Moduli von Matrix und Faser.

#### 3.1. Werkstoffkomposition UP-Harz/Quarzmehl/Glasfasern [15]

Als Matrixmaterial diente UP-Harz vom Typ LPG 24328 des VEB Chemische Werke Buna, weil es einen Werkstoff mit ausgeprägtem Hooke'schen Bereich ergibt. Als Füllstoff diente Quarzmehl in einer Korngrößenfraktion von  $D = 0,1 - 0,007$  mm Korndurchmesser, das durch Mahlen hergestellt wurde. Bei Vorversuchen ergab sich, daß feineres Mehl größeren Einfluß auf die Netzwerkstörungen der Matrix hatte, was sich im Abfall des E-Moduls äußerte. Als Verstärkungsmaterial dienten geschnittene E-Glasfasern Typ EC 18-W (Gewetex-GmbH, BRD) mit einer mittleren Faserlänge von  $l_m = 0,123$  mm. Die Längenverteilung lag vor. Die Modellvoraussetzungen  $D \ll l_m$  sind damit nicht voll erfüllt. Orientierungsuntersuchungen an Schliffrissen, die an gegossenen Prüfstäben hergestellt wurden, zeigten keine Vorzugsrichtung für die Fasern, so daß der Orientierungsfaktor  $\Omega$  in der Rechnung Null gesetzt werden konnte.

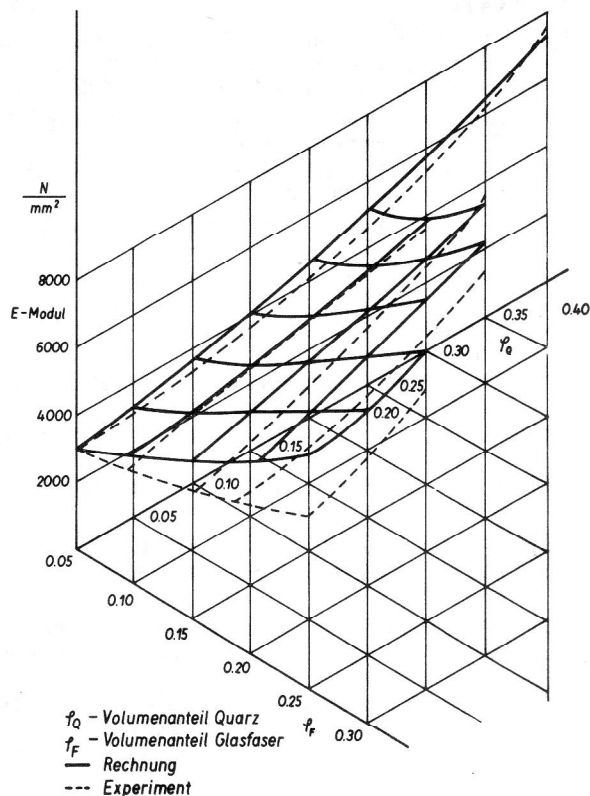
Im Bild 5 ist die Füllstoffwirkung des Quarzmehles dargestellt. Es zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung der experimentell gewonnenen Mittelwerte mit der Theorie. Ungeklärt blieb bisher die etwas größere Abweichung bei etwa 15 % Volumenanteil Quarzmehl, die sich auch bei wiederholten Versuchen ergab.

Bild 6 zeigt die E-Moduli für die Komposition UP-Harz/Quarzmehl/Glasfasern in räumlicher Darstellung, gewonnen aus der Berechnung und aus Versuchen. Auch hier zeigt sich eine gute Übereinstimmung. Der Fehler beträgt maximal 11 %. Offenbar wirkt sich die Verletzung der Modellvoraussetzungen bezüglich der Größenordnung  $D/l_m$  nur unerheblich aus.



**Bild 5**  
E-Modul der Komposition UP-Harz/Quarzmehl in Abhängigkeit vom Quarzanteil





**Bild 6**  
E-Modul der Komposition UP-Harz/Quarzmehl/Kurzglasfasern in Abhängigkeit von den Füllstoffanteilen

### 3.2. Messungen an glasfaserverstärktem Polyamid

Schubert [2] untersuchte den Einfluß der Faserlängenverteilung und der Orientierung auf das Rechenergebnis für den E-Modul. Er konnte feststellen, daß die Vernachlässigung der Längenverteilung zugunsten einer mittleren Faserlänge einen geringeren Einfluß auf das Ergebnis besitzt als die Vernachlässigung der Orientierung (vgl. auch [3]). Bei flachen Proben orientieren sich die Fasern vorwiegend nur in einer Ebene. Der Schichtaufbau der Faserorientierung blieb hier jedoch unberücksichtigt. Der Vergleich mit Meßergebnissen aus dem Zugversuch ergab dann auch – je nach Lage des aus einer gespritzten Platte herausgearbeiteten Prüfstabes – Fehlerschwankungen von + 7,6 bis – 48,8 %. Der mittlere Fehler lag bei – 15 %.

Eine sehr gründliche Analyse, die auch die schichtweise Orientierung der Fasern über der Prüfkörperdicke aus PA VE 30 (Produkt des VEB Leuna-Werke „W. Ulbricht“) neben der Längenverteilung berücksichtigt, wurde von Meyer, Erber u. Seifert [4] erarbeitet. Bei Berücksichtigung all dieser Effekte war der Fehler zwischen experimentellen und rechnerischen Ergebnissen nicht größer als 10 %.

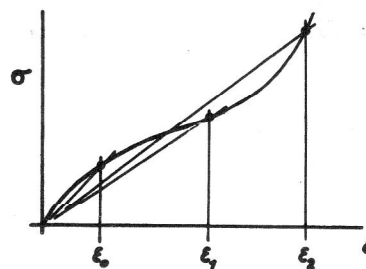
Undiskutabel für eine experimentelle Überprüfung von theoretischen Ergebnissen nach o. g. Verfahren sind die Mitteilungen von Ehrenstein und Wurmb in [5], da dort sowohl Angaben und Messungen der Faserorientierung fehlen als auch die Rechenergebnisse für parallele Faseranordnung benutzt wurden.

Die theoretischen Ergebnisse müssen dann zwangsläufig zu hoch liegen.

### 3.3. Bisher beobachtete Fehlermöglichkeiten bei der Anwendung der theoretischen Ergebnisse infolge der Abweichungen vom Modell

#### 3.3.1. Abweichungen von der Linearität

Um den Einfluß starker E-Modulunterschiede zu untersuchen, wurde eine Kautschukmischung, wie sie für die Produktion von Gummierzeugnissen verwendet wird, mit kurzen, oberflächenbeschichteten Kurzglasfasern verstärkt. Das Einmischen erfolgte im Innenmischer; das Herstellen der Felle auf einem Walzwerk. Durch Änderung der Auswalzrichtungen konnte die Faserorientierung beeinflusst werden, die für dieses Matrixmaterial schwer erfassbar ist. Das Vulkanisieren von Platten, die aus den Fellen geschnitten wurden, erfolgte in einer heizbaren Presse. Aus Zugprüfungen an Prüfkörpern, die in verschiedener Richtung aus den Platten gestanzt wurden, konnte der Orientierungsgrad indirekt bestimmt werden. Der E-Modul für die unverstärkten und verstärkten Proben wurde bei gleicher Dehnung gemessen. Nun besitzt jedoch Gummi ein typisches nichtlineares Spannungs-Dehnungs-Verhalten (Bild 7). Wenn im unverstärkten Prüfkörper die Dehnung



**Bild 7**  
Spannungs-Dehnungs-Diagramm für Gummi

$\epsilon_0$  beträgt, gibt es im verstärkten Prüfkörper bei gleicher mittleren Dehnung  $\epsilon_0$  jedoch Gebiete, die infolge der Kraftübertragung von einer Faser auf die andere höheren Dehnungen (etwa  $\epsilon_1$ ) unterworfen sind. Der wirksame E-Modul ist in Pkt. 1 jedoch kleiner als im Pkt. 0. Wird nun der Rechnung  $E_0$  zugrunde gelegt, so liegen die Rechenwerte über den Meßwerten. Die Abweichungen betragen teilweise über 100 % [16].

Bei höheren Dehnungen ( $\epsilon_0 \rightarrow \epsilon_1$ ;  $\epsilon_1 \rightarrow \epsilon_2$ ) könnte auch die Abweichung in anderer Richtung eintreten, was jedoch noch nicht überprüft wurde.

#### 3.3.2. Abweichung von der Verteilung der Füllstoffe

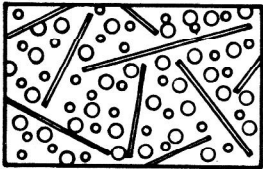
Untersuchungen von Lüders und Carius [17] haben gezeigt, daß die formale Anwendung des Berechnungsverfahrens auch bei der Ermittlung der Füllstoffwirkung zu Fehlern führen kann, wenn die Aggregation der Füllstoffpartikel unbeachtet bleibt. Bei dem hier untersuchten

kautschukmodifizierten Polystyrol zeigte es sich, daß der Kautschuk teilweise die anderen mineralischen Füllstoffe wie Kreide und Kaolin mit einer Hülle umgibt.

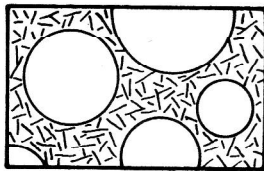
Dadurch entsteht in seiner Wirkung ein neuer, kombinierter Füllstoff (Kreidekern mit Kautschukhülle). In die Gl. (1) müßten nun dessen Eigenschaften (falls sie bekannt sind) eingesetzt werden.

### 3.2.3. Abweichungen von der Größenordnung der Teilchen

für die hier berechneten polyheterogenen Kompositionen wurde vorausgesetzt, daß globulare Teilchen mit der Matrix eine modifizierte Matrix für faserförmige Füllstoffe bilden (Bild 8a). Es sind jedoch auch andere Fälle denkbar [18]. So können z. B. kurze Fasern mit der Matrix eine modifizierte Matrix für globulare Teilchen größeren Durchmessers ergeben (Bild 8b). Das oben behandelte Berechnungsverfahren ist auch auf diesen Fall anwendbar. Die Unterschiede im Rechenresultat wurden von Knüpfer [19] auf der Basis von [18] untersucht.



**Bild 8a**  
Fasern in gefüllter Matrix eingebettet



**Bild 8b**  
Globulare Teile in faserverstärkter Matrix eingebettet

### LITERATUR:

- [ 1 ] Pfefferkorn, W.: Vortrag auf dem wiss. Kongreß „Moderne Plattentechnik“ Herbstmesse 1972 in Leipzig und Z. Plaste u. Kautschuk 21(1974) H. 5 S. 368 – 317.
- [ 2 ] Schubert, H.: Dissertation TH Leuna-Merseburg, Fak. f. Techn. Wissenschaften und Mathematik 1973.
- [ 3 ] Pfefferkorn, W.; Schubert, H.: Plaste und Kautschuk 22 (1975) H. 5 S. 430 – 434.
- [ 4 ] Meyer, F.; Erber, M.; Seifert, H.: Dissertation TH Karl-Marx-Stadt 1977.
- [ 5 ] Ehrenstein, G. W., Wurmb, R.: Angewandte makromolekulare Chemie Bd. 60/61 (S. 157 – 241) (5. 4. 77).
- [ 6 ] Pfefferkorn, W.: Plaste u. Kautschuk 23 (1976) H. 2 S. 115 – 117.
- [ 7 ] Flemming, F.: Dissertation 1970, TH Leuna-Merseburg Fak. f. Techn. Wissenschaften.
- [ 8 ] Oldroyd, J.G.: IUTAM-Colloquium Madrid 1955, Springer-Verlag 1956, S. 304.
- [ 9 ] Stroppe, H.: Wiss. Z. Techn. Hochsch. Magdeburg, 10 (1966).
- [ 10 ] Pelzbauer, Z.: Plaste u. Kautschuk 20 (1973) S. 748.
- [ 11 ] Hashin/Sktrikman: J. Mechn. Phys. Solids (1963) Vol. 11. S. 127.
- [ 12 ] Skudra/Bulavs/Rosen: Kriechen mit Zeitstandverhalten verstärkter Plaste. VEB Dt. Verlag f. Grundstoffindustrie 1974.
- [ 13 ] Urbanczyk, M.: Dissertation TH Leuna-Merseburg 1978, Fak. f. Techn. Wissenschaften und Mathematik.
- [ 14 ] Kaliske, Mayer u. a.: Fo-Bericht 1973, TH Karl-Marx-Stadt.
- [ 15 ] Griebach, G.; Knaack, R.: Diplomarbeit TH Leuna-Merseburg, Sekt. Werkstofftechnik 1976.
- [ 16 ] Kupka/Petermann: Diplomarbeit TH Leuna-Merseburg, Sekt. Werkstofftechnik 1978.
- [ 17 ] Lüders, G.; Carius, H.-E.: FO-Bericht 1977, FR 6, AdW der DDR und Plaste und Kautschuk 26 (1978) H. 10 S. 563 – 566.
- [ 18 ] Pfefferkorn, W.: Vortrag auf dem 1. Mikrosymposium „Kurzfaserverstärkte und gefüllte Werkstoffe“ Merseburg, Dezember 1976.
- [ 19 ] Knüpfer, Th. Diplomarbeit TH Leuna-Merseburg Sektion Werkstofftechnik 1980.

### Anschrift des Verfassers:

Prof. Dr.-Ing. habil. W. Pfefferkorn  
Technische Hochschule „Carl Schorlemmer“  
Leuna-Merseburg Sektion Werkstofftechnik,  
Wissenschaftsbereich Technische Mechanik  
4200 Merseburg  
Geusaerstr.