

Finite Elemente im Pumpen- und Verdichterbau

Ulrich Gabbert

Die vorliegende Arbeit gibt anhand von Berechnungsbeispielen einen Einblick in die praktische Nutzung der Methode der finiten Elemente (FEM) im Pumpen- und Verdichterbau. Es werden FEM-Modelle für die Festigkeitsberechnung von Verdichterlaufrädern, Druckdeckeln und Spiralgehäusen diskutiert. Darüber hinaus wird die FEM auch für Temperaturfeld- und Strömungsberechnungen eingesetzt.

1. Einleitung

Die umfangreichen Forschungs- und Entwicklungsarbeiten zur Anwendung der Methode der finiten Elemente (FEM) in der Festkörpermechanik haben dazu geführt, daß in der DDR eine Vielzahl nachnutzungsreifer Rechenprogramme zur Verfügung stehen. Für die wichtigsten Modelle der Mechanik – Stabwerke, Scheiben-Platten-, Schalenträgerwerke, Faltwerke, rotationssymmetrische Bauteile auch mit nichtrotationssymmetrischer Belastung sowie echt räumliche Bauteile – sind damit genaue Spannungs- und Verformungsanalysen möglich. Informationen zu den vorhandenen Programmen sind [1] bis [7] zu entnehmen. Die Programme werden in vielen Industriezweigen, z. B. im Pumpen- und Verdichterbau, Dieselmotorenbau, Schwermaschinenbau, Apparate- und Anlagenbau, Turbinenbau, Schiffbau, Werkzeugmaschinenbau, Fahrzeugbau sowie im Bauwesen, genutzt. Durch langfristige Verträge zwischen den Forschungsstellen und der Industrie wird erreicht, daß die spezifischen Besonderheiten der potentiellen Nutzer bereits in der Entwicklungsphase berücksichtigt werden. Dadurch wird eine schnelle Übernahme der fertigen Programme in die praktische Nutzung erreicht.

Die Anwendung genauer Berechnungsverfahren führt auf jeden Fall zu einer Erhöhung der Sicherheit und Zuverlässigkeit einer Konstruktion. Ein meßbarer Nutzen entsteht, wenn die Rechnungen aufwendige und kostspielige experimentelle Untersuchungen ersetzen oder wenn es gelingt, durch Variantenrechnungen Bauformen zu finden, die eine Erhöhung der Leistungsparameter der Anlage zulassen und zu Materialeinsparungen bzw. zur Substitution hochwertiger Materialien führen.

Anhand eines speziellen Industriezweiges – dem Pumpen- und Verdichterbau – werden nachfolgend an einigen ausgewählten Beispielen die Anwendungsmöglichkeiten der FEM aufgezeigt. Der Schwerpunkt liegt dabei auf der Spannungs- und Verformungsberechnung; auf Temperaturfeld- und Strömungsberechnungen wird kurz eingegangen.

2. Festigkeitsberechnungen

Für die Festigkeitsuntersuchungen an einer Reihe von hochbeanspruchten Pumpen- und Verdichterteilen, die bisher kaum einer Berechnung zugänglich waren, hat sich in den letzten Jahren die FEM als Standardverfahren auch für Routinerechnungen durchgesetzt. Die FEM

kann jedoch nur dann erfolgreich im konstruktiven Routinebetrieb eingesetzt werden, wenn für die zu berechnenden Bauteile entsprechende Berechnungsmodelle und weitestgehend aufbereitete Standardvernetzung bereitgestellt werden, die nur noch durch wenige Eingabedaten (Koordinaten) für die spezielle Geometrie zu modifizieren sind. Dadurch werden sonst unvermeidliche Fehler bei der Modellbildung und bei der Aufbereitung der Eingabedaten nahezu ausgeschlossen und die Zeit für die Durchführung einer Berechnung gesenkt.

Zu den Bauteilen, bei denen die FEM erfolgreich für Festigkeitsberechnungen eingesetzt wird, gehören unter anderem Laufräder der verschiedensten Typen für Verdichter und Pumpen sowie Druckdeckel und Spiralgehäuse von Pumpen. Alle diese Bauteile sind echt dreidimensional und werden mit vereinfachten rotationssymmetrischen Modellen berechnet. Mit dem Programmsystem COSAR [8] sind zwar dreidimensionale FEM-Rechnungen möglich, derzeit jedoch noch mit einem hohen Kosten- und Zeitaufwand verbunden, so daß sie aus diesen Gründen und wegen der Grenzen durch die zur Verfügung stehende Rechentechnik auf wenige spezielle Untersuchungen beschränkt bleiben müssen. Eine Konsequenz dieses Sachverhaltes besteht darin, die wenigen 3D-Rechnungen sowie auf experimentellem Weg gefundene Ergebnisse zur Absicherung der vereinfachten Modelle heranzuziehen.

Nachfolgend werden einige Erfahrungen bei der Anwendung der FEM zur Berechnung von Laufrädern, Druckdeckeln und Spiralgehäusen mitgeteilt; in der vorliegenden Veröffentlichung kann nur ein Überblick gegeben werden, weitere Einzelheiten sind den zitierten Originalarbeiten zu entnehmen.

2.1. Verdichterlaufräder

Um möglichst hohe Verdichterleistungen zu erzielen, werden die Laufräder mit extrem hohen Drehzahlen betrieben, wobei in der Regel die Festigkeitsreserven voll ausgeschöpft werden. Eine genaue Spannungs- und Verformungsermittlung ist hier besonders wichtig. Laufräder bestehen im allgemeinen aus der rotationssymmetrischen Tragscheibe, der rotationssymmetrischen Deckscheibe (bei einer Reihe von Bauformen nicht vorhanden) und gleichmäßig über den Umfang verteilten Schaufeln, durch die die Rotationssymmetrie gestört wird (Bild 1).

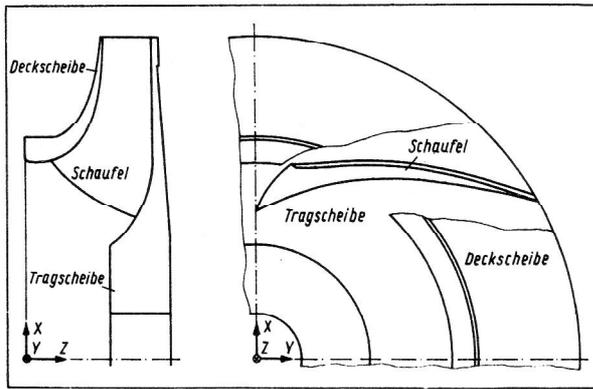


Bild 1
Aufbau eines typischen Verdichterlaufrades

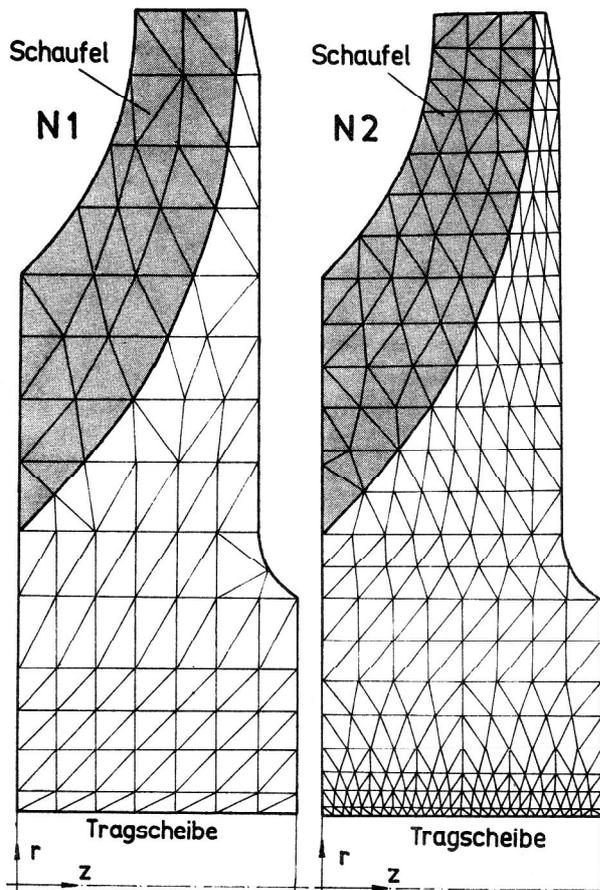


Bild 2
Zwei Vernetzungsvarianten für ein Laufrad mit radialen Schaufeln
N1 – 155 Elemente, 98 Knoten
N2 – 470 Elemente, 276 Knoten

Bei einer rotationssymmetrischen Berechnung besteht das Problem darin, die Schaufeln, durch die Trag- und Deckscheibe verbunden werden, richtig zu modellieren. Das getrennte Durchrechnen von Trag- und Deckscheibe führt zu keinen brauchbaren Ergebnissen. In [9] wird eine Methode vorgeschlagen, die die Erfassung des Schaufeleinflusses ermöglicht. Der Schaufelraum wird dabei ebenfalls mit einem Elementnetz überzogen; die

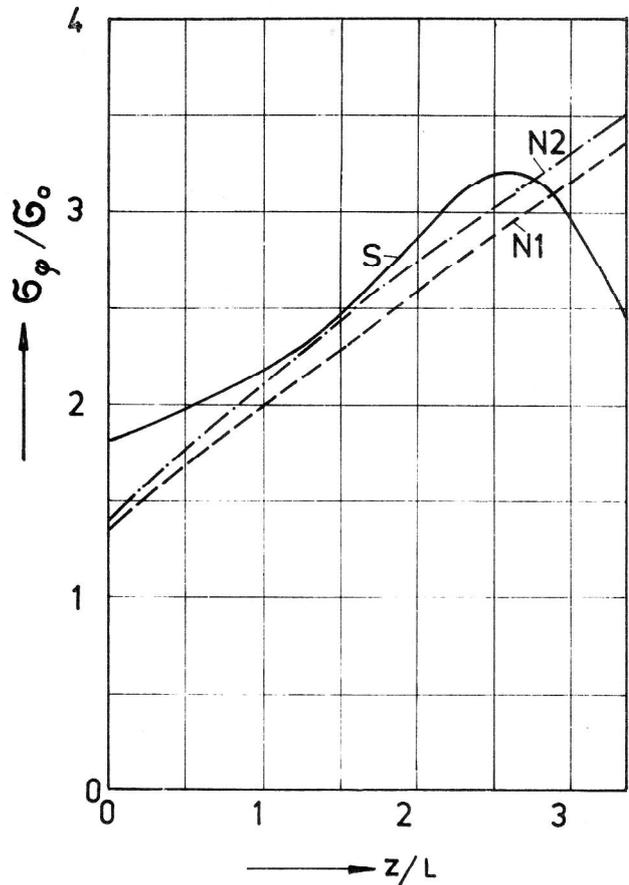


Bild 3
Tangentialspannungsverteilung längs der Nabenbohrung
S – Spannungsoptische Messung [10]
N1, N2 – FEM-Rechnungen

Elemente weisen aber ein anderes mechanisches Verhalten auf. Eine Übertragung von Kräften ist nur in radialer und axialer Richtung möglich, im Schaufelraum liegt ein ebener Spannungszustand vor (Tangentialspannungen werden nicht übertragen). Dieses Modell stimmt desto besser mit der Realität überein, je mehr radiale Schaufeln über den Umfang verteilt sind. Bei radialen Schaufeln lassen sich mit diesem Verfahren auch fundierte Aussagen über die Spannungsverteilung in den Schaufeln machen. Bei stark räumlich gekrümmten Schaufeln stimmt die Modellvorstellung nicht mehr, da die Schaufeln auch in tangentialer Richtung versteifend wirken.

Bild 2 zeigt den Querschnitt durch ein Verdichterlaufrad mit radialen Schaufeln, der mit einem groben und einem feinen Elementnetz überzogen wurde. Für das Laufrad liegen Modellmessungen vor (Spannungsoptik) [10]. Bild 3 zeigt den Verlauf der Tangentialspannungen am Innenrand der Bohrung. Im mittleren Bereich der Bohrung stimmen Rechnung und Messung gut überein, die zu niedrigen Ergebnisse des groben Netzes ergeben sich aus dem Näherungscharakter des Verfahrens. Es sei vermerkt, daß nicht in jedem Fall bei einem groben Netz zu kleine Spannungen berechnet werden. Es läßt sich zwar eine energetische Schranke angeben (Das Gesamtpotential der Näherungslösung stellt eine obere Schranke

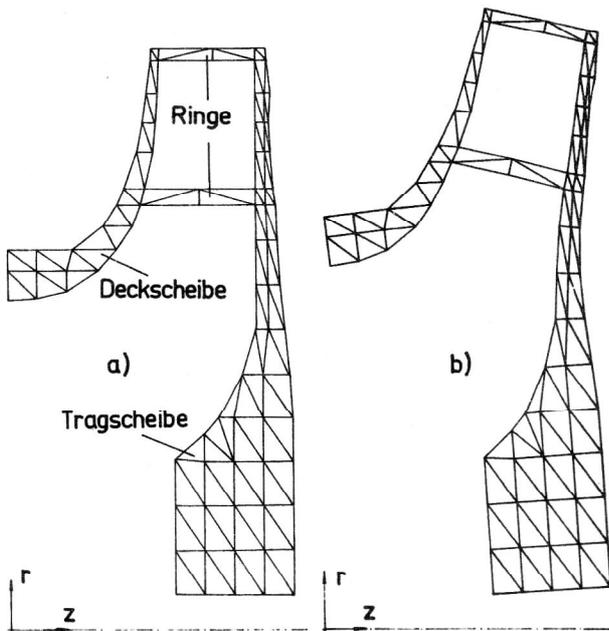


Bild 4
 Rotationsymmetrisches Zwei-Ringe-Modell des in Bild 1 dargestellten Verdichterlaufrades
 a) Vernetzung: 109 Elemente, 87 Knoten
 b) Verformung bei Fliehkraftbelastung

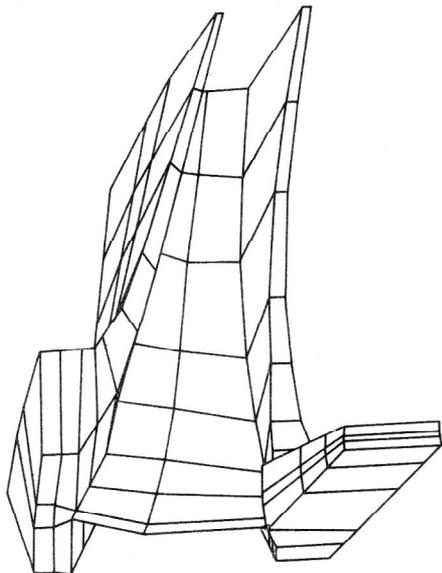


Bild 5
 Räumlich vernetzter Laufradsektor

dar.), die Verschiebungen und Spannungen weisen jedoch keine derartigen Schrankeneigenschaften auf.

Die Differenzen zwischen den Messungen und den Rechnungen in den äußeren Bereichen, insbesondere der starke Spannungsabfall der Messungen an der rechten Seite, deuten darauf hin, daß die spannungsoptischen Messungen in den Randbereichen verfälscht sind.

Bei stark räumlich verwundenen Schaufeln, wie sie aus strömungstechnischen Gründen vielfach anzutreffen sind, hat sich das in Bild 4 angegebene Modell bewährt, bei dem die Trag- und Deckscheibe einfach durch zwei rotationsymmetrische Ringe verbunden werden. Die

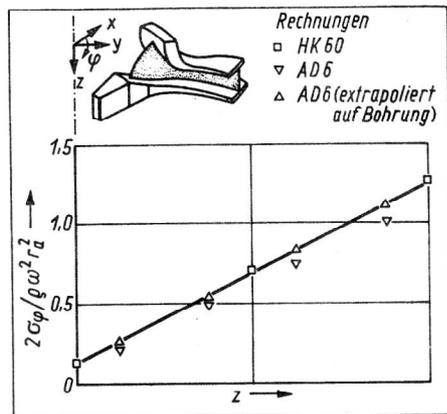


Bild 6
 Tangentialspannungsverteilung längs der Nabenbohrung

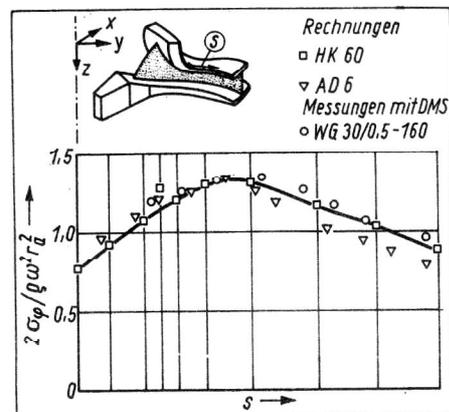


Bild 7
 Tangentialspannungsverteilung auf der Deckscheibe

Schaufeln sind konstruktiv nur im äußeren Bereich mit der Deckscheibe verbunden; der innere Ring ist dort angeordnet, wo die Verbindung beginnt. Dieses Berechnungsmodell, das für Routinerechnungen standardmäßig verwendet wird, liefert ausreichend genaue Ergebnisse in der Trag- und Deckscheibe und wurde sowohl durch Dehnungsmessungen als auch durch 3D-FEM-Rechnungen bestätigt [11]. Die 3D-Rechnungen wurden unter Verwendung des isoparametrischen 20-Knoten-Hexaederelementes mit einer Version des Programmsystems COSAR ausgeführt. Die Vernetzung (komplett) ist Bild 5 zu entnehmen. Die maximalen Spannungen treten an der Nabenbohrung und außen auf der Deckscheibe auf; einige Ergebnisse sind den Bildern 6 und 7 zu entnehmen.

Die weitaus meisten Verdichterlaufräder werden durch Schrumpfvverbindungen auf der Welle gehalten. Die im Schrumpfsitz auftretenden Radialspannungen bestimmen die durch die Verbindung zu übertragenden Kräfte und Momente. Die Dimensionierung der Schrumpfvverbindung und die Berechnung der sich daraus ergebenden Spannungen und Verformungen im Betriebszustand, bei dem, das haben experimentelle Untersuchungen gezeigt,

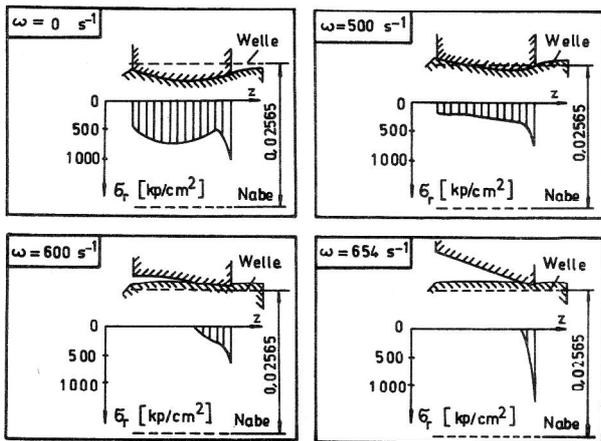
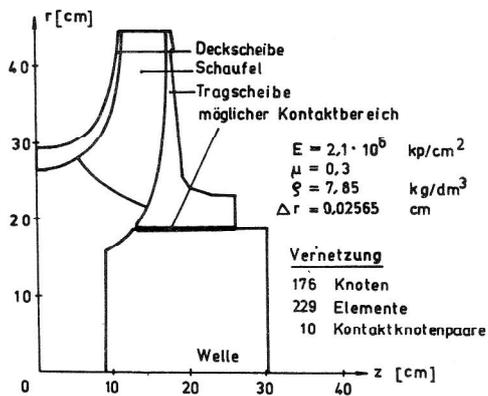
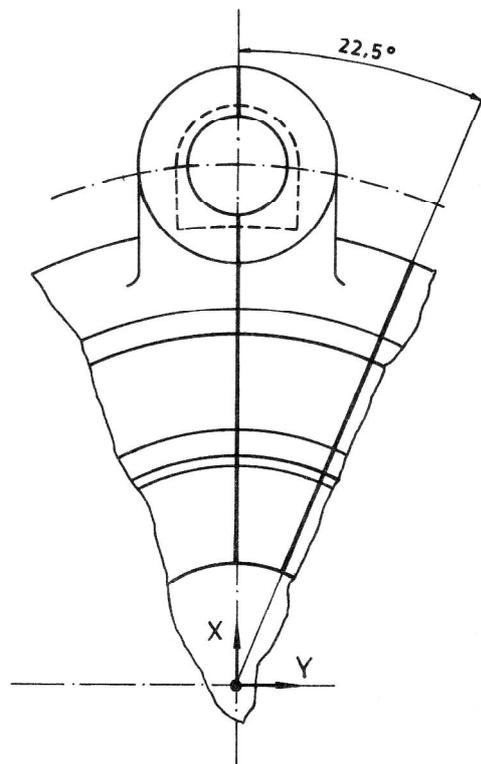
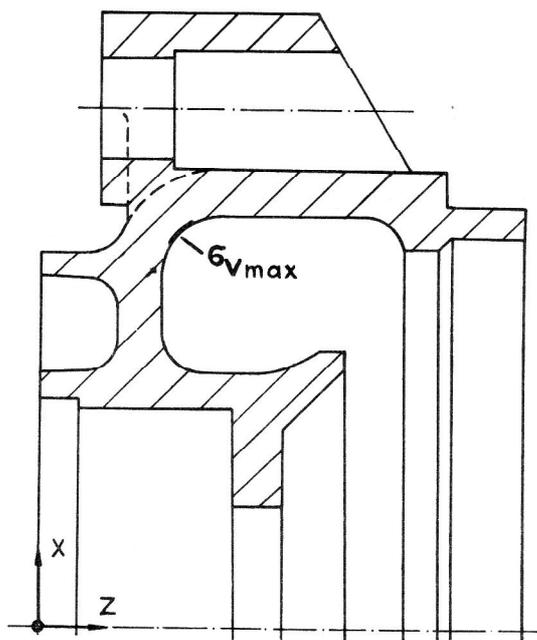


Bild 8
Verformungen und Spannungen in der Schrumpffuge eines Verdichterlaufrades bei verschiedenen Winkelgeschwindigkeiten

mit einem teilweisen Lösen der Verbindung infolge der Kippwirkung durch den außermittigen Sitz der Schaufeln und der Deckscheibe gerechnet werden muß, stellt ein gravierendes Problem dar. Es wurde ein Verfahren entwickelt, bei dem im Rahmen der üblichen FEM Festigkeitsrechnung die Berücksichtigung der Schrumpfverbindung erfolgt. Dabei ist lediglich zusätzlich die Welle oder ein Teil der Welle zu vernetzen. Das Verfahren berücksichtigt die Elastizität der Welle und ein teilweises Lösen der Verbindung im Belastungszustand, ohne daß der Rechenzeitaufwand merklich größer wird [12], [13]. Bild 8 zeigt die für ein Verdichterlaufrad berechnete Verformung des Kontaktbereiches und die Schrumpfspannungsverteilung bei verschiedenen Winkelgeschwindigkeiten. Das Verfahren wurde inzwischen so erweitert, daß im Rahmen der Festigkeitsrechnung eine Dimensionierung des Schrumpfsitzes erfolgt. Dazu wird die durch den Schrumpfsitz maximal zu übertragende Kraft vorgegeben und daraus das erforderliche minimale Übermaß berechnet. Mit Hilfe dieser Berechnungsstrategie konnten im Ergebnis von Variantenuntersuchungen optimale Nabenformen gefunden werden, die zu Materialeinsparungen bei der Tragscheibenfertigung führen und eine günstige Spannungsverteilung im Schrumpfsitz ergeben. Das Verfahren läßt sich auch auf andere Kontaktprobleme erweitern [12].

Bild 9
Schnitt durch einen Druckdeckel im Bereich der Zugbolzenaugen



2.2. Druckdeckel

Druckdeckel weisen ebenfalls eine rotationssymmetrische Grundstruktur auf, die von den Zugbolzenaugen (siehe Bild 9) und dem Druckstutzen gestört wird. Als Belastungen wirken ein nahezu konstanter Innendruck p_i und die Zugbolzenkräfte F_z , die an den Zugbolzenaugen angreifen und die den Druckdeckel und die Glieder der Pumpe verspannen. Im Rahmen einer rotationssymmetrischen Rechnung ist es nicht möglich, den Druckstutzen zu berücksichtigen. Dazu sind 3D-Modelle erforderlich, wobei es aus Symmetriegründen reicht, eine Hälfte des Deckels zu betrachten. Für verschiedene Druckdeckel wurden vereinfachte rotationssymmetrische Rechnungen mit Dehnungsmessungen verglichen [14], [15]. Bei den messtechnisch untersuchten Deckeln traten die maximalen Spannungen nicht im Bereich des Druckstutzens, sondern in der Nähe der Zugbolzenaugen auf. Mit Hilfe der vereinfachten Modelle (Vernetzung siehe Bild 12) wurde eine für praktische Zwecke ausreichende Übereinstimmung mit den Messungen erzielt. Bei den vereinfachten Modellen wird der Bereich der Zugbolzenaugen mit tangentialspannungsfreien Elementen approximiert.

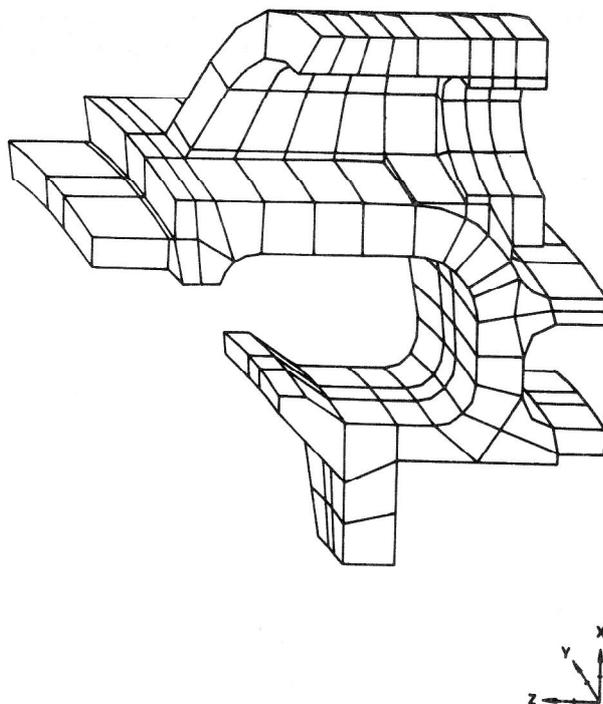
Die maximalen Vergleichsspannungen für den in Bild 9 dargestellten Druckdeckel treten nicht außen auf, sondern an der Innenwandung der Pumpe, die den Messungen schwer zugänglich ist. Eine Absicherung der Ergebnisse durch 3D FEM-Rechnungen steht noch aus; die dafür vorgesehene 3D-Vernetzung des Augenbereiches ist in Bild 10 dargestellt.

2.3. Spiralgehäuse

Die Geometrie der Spiralgehäuse ist in der Regel so kompliziert, daß es aussichtslos scheint, mit einfachen Modellen brauchbare Ergebnisse zu erhalten. Da keinerlei Symmetrieebenen vorhanden sind, muß auch bei einer 3D Rechnung das gesamte Gehäuse vernetzt werden. Die wesentliche Belastung der Spiralgehäuse ergibt sich aus dem Innendruck. Nach entsprechenden Voruntersuchungen und Vergleichen mit Messungen wurden Spiralgehäuse mit dem im Bild 11 dargestellten rotationssymmetrischen Modell berechnet und für praktische Zwecke ausreichend genaue Ergebnisse erhalten [16]. Diesem Modell liegen im wesentlichen folgende Annahmen zugrunde:

1. Die größten Spannungen treten in dem Querschnitt mit den größten Abmessungen auf. Dieser sogenannte „rechnerische“ Querschnitt, der sich kurz vor dem Bereich der Gehäusezunge befindet, wird für die rotationssymmetrischen Untersuchungen verwendet.
2. Der Druckstutzen, der Einfluß der Gehäuselagerung und der mögliche Einfluß der Rohranschlüsse bleiben unberücksichtigt.
3. Die Zugbolzenkräfte werden über den Umfang „verschmiert“ angenommen.
4. Der Einfluß der Gehäusezunge auf die maximalen Spannungen im Gehäuse ist gering und kann vernachlässigt werden.

Die vereinfachenden Annahmen sind experimentell abgesichert [16], [17] und werden letztlich durch die Ergebnisse gerechtfertigt. Eine ausreichend genaue und



Räumliche Vernetzung des in Bild 9 dargestellten Druckdeckel-sektors

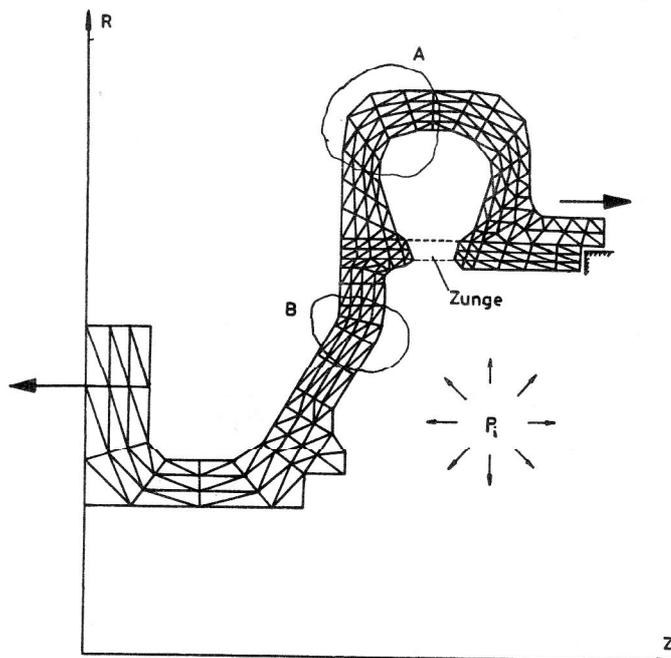


Bild 11
Rotationssymmetrisches FEM-Modell eines Spiralgehäuses
(367 Elemente, 240 Knoten)

sichere Berechnung der Spannungen im Zungenquerschnitt ist mit einem rotationssymmetrischen Modell nicht möglich. Es wurden Rechnungen unter Berücksichtigung der Gehäusezunge durchgeführt und damit die prinzipielle Wirkung und das Verhalten der Zunge qualitativ richtig ermittelt, die quantitative Übereinstimmung mit den Messungen war jedoch unbefriedigend [16].

Bei dem im Bild 11 dargestellten Gehäuse treten die größten Spannungen in den Bereichen A und B auf. Die maximalen Vergleichsspannungen ergeben sich bei A an der Innenwand des Gehäuses und sind in diesem Bereich mehr als doppelt so groß wie die entsprechenden Spannungen an der Außenwand. Die Abweichungen zwischen den Rechnungen und den Messungen an der Gehäuseaußenwand betragen maximal 10 bis 15 %.

Vergleiche mit den von RUDIS angegebenen Formeln [17], die in der Konstruktionspraxis häufig verwendet werden, haben ergeben, daß mit diesen Formeln ausreichend genaue Abschätzungen der maximalen Spannungen möglich sind. Wegen der leichten Anwendbarkeit sind sie speziell zur überschlägigen Dimensionierung der Wandstärke des Spiralgehäuses gut geeignet. Eine Nachrechnung der endgültigen Konstruktion sollte dann mit Hilfe der FEM erfolgen.

3. Temperaturfeldberechnungen

Die Erfolge bei der Anwendung der FEM in der Festkörpermechanik haben dazu geführt, daß die FEM in zunehmendem Maße für die Lösung einer Vielzahl weiterer physikalischer Problemstellungen eingesetzt wird [20]. Die Temperaturfeldberechnung nimmt dabei insofern eine Sonderstellung ein, als sie die Voraussetzung für die Ermittlung von Wärmespannungen ist. Die Anwendung der FEM zur Ermittlung von Temperaturverteilungen gibt die Möglichkeit, mit einer einheitlichen Vernetzung (wesentliche Eingabedaten brauchen nur einmal erstellt zu werden) sowohl die Temperaturfeld- als auch die Festigkeitsrechnung auszuführen. Die Temperaturwerte (in der Regel die Knotentemperaturen) stehen dann automatisch in der für die Festigkeitsrechnungen benötigten Form rechnerintern zur Verfügung. Neben diesem Vorteil zeichnet sich die FEM dadurch aus, daß es möglich ist, Bauteile mit beliebiger Geometrie, inhomogenem und anisotropem Materialverhalten (auch temperaturabhängig) und allgemeinen Randbedingungen (vorgeschriebene Temperaturwerte, beliebige Wärmeübergänge oder Heizflächenbelastungen) zu berechnen; die Stoffwerte können für instationäre Vorgänge zeit- oder temperaturabhängig sein [18], [19]. Für den in Bild 9 dargestellten Druckdeckel wurden mit der in Bild 12 angegebenen Vernetzung instationäre Temperaturfeld- und Spannungsberechnungen ausgeführt. Einige Isothermenbilder aus der Startphase der Rechnung (Randbedingungen siehe Bild 12) sind Bild 13 zu entnehmen. Im stationären Zustand ist eine nahezu konstante Temperaturverteilung im Bauteil vorhanden, aus der sich keine wesentlichen Spannungen ergeben. Die starken Spannungsgradienten infolge des plötzlichen Durchströmens der Pumpe mit der heißen Flüssigkeit müssen im praktischen Einsatz der Pumpe durch ein Vorwärmen auf die Betriebstemperatur vermieden werden.

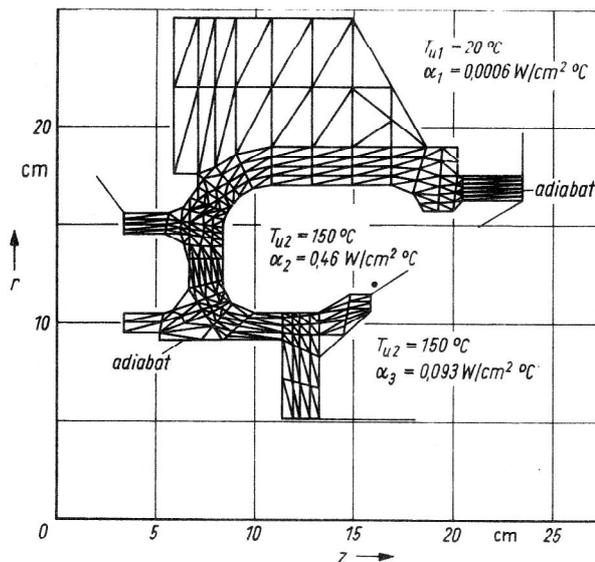


Bild 12
Rotationssymmetrisches FEM-Modell des in Bild 9 dargestellten Druckdeckels für Festigkeits- und Temperaturfeldberechnungen (358 Elemente, 226 Knoten)

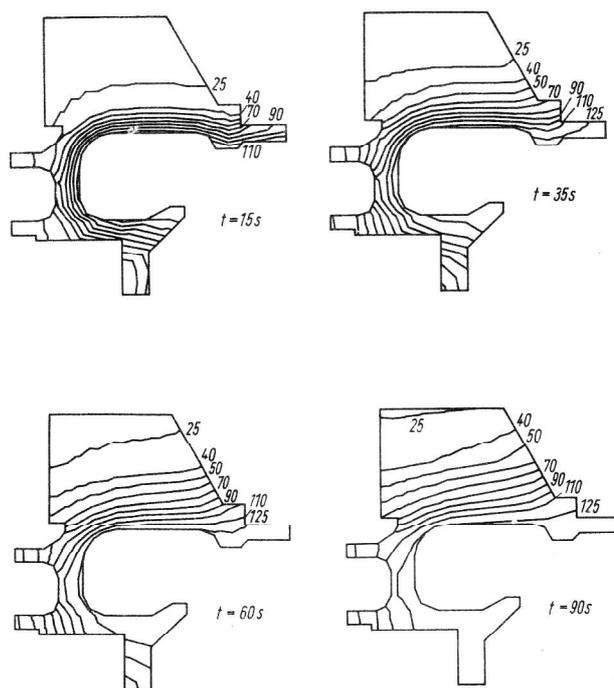


Bild 13
Isothermen im Druckdeckel zu verschiedenen Zeitpunkten

4. Strömungsberechnungen

Die Anwendung der FEM zur Lösung komplexer Strömungsprobleme befindet sich noch im Anfangsstadium; der internationale Trend zeigt jedoch, daß die FEM zunehmend an Bedeutung gewinnt [21]. Für die Berechnung von Potentialströmungen (auch im dreidimensionalen Fall) kann die FEM bereits als das dominierende Verfahren angesehen werden. Bild 14 zeigt die

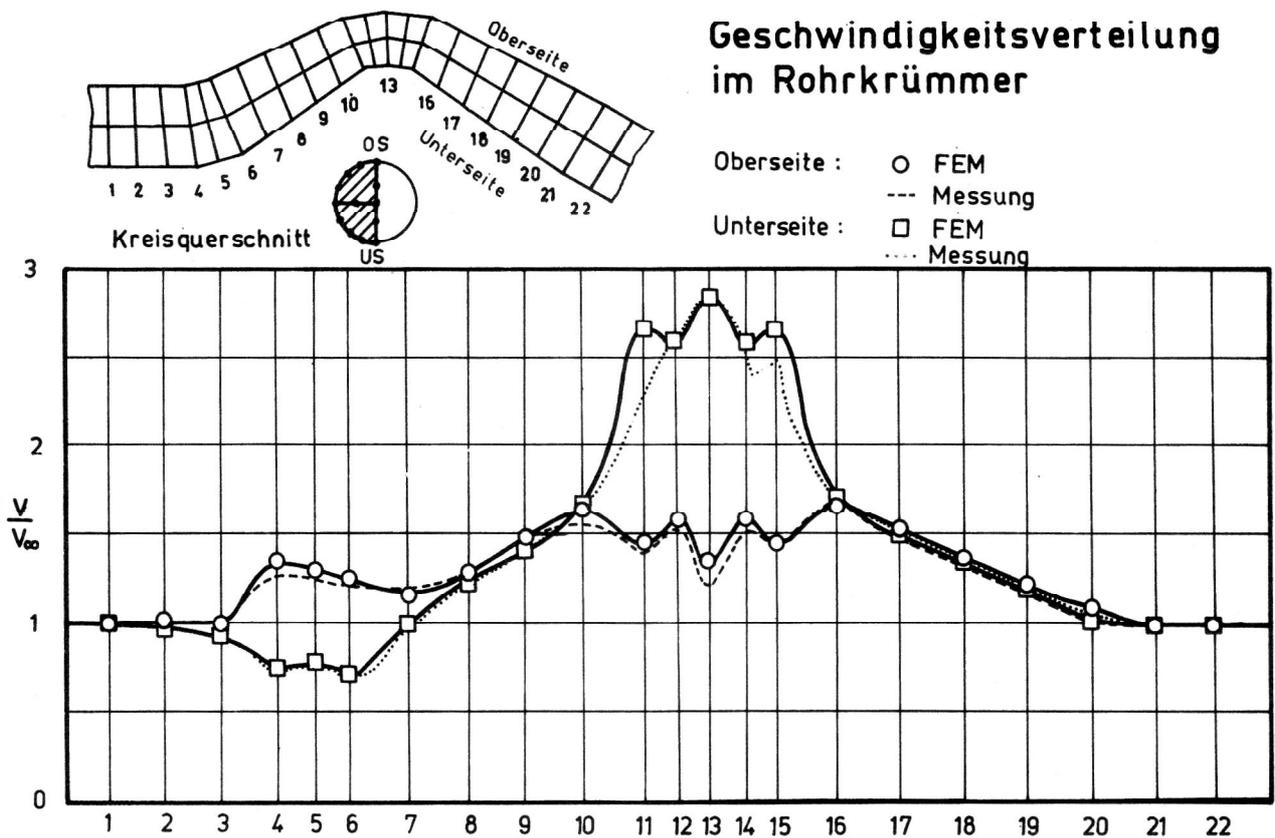


Bild 14
Dreidimensionale Potentialströmung im Krümmen einer Heberleitung (Elementtyp: isoparametrisches Hexaederelement mit 20 Knoten)

mit Hilfe dreidimensionaler finiter Elemente (isoparametrisches Hexaederelement mit 20 Knoten) berechnete Geschwindigkeitsverteilung im Rohrkrümmen einer Heberleitung [22]. Die Ergebnisse stimmen mit entsprechenden Messungen gut überein.

Für die Erweiterung auf allgemeine Strömungsprobleme gibt es geeignete Lösungsstrategien [23]; der rechentechnische Aufwand ist jedoch speziell bei stark nichtlinearen und instationären Problemen wegen des erforderlichen iterativen Vorgehens erheblich.

5. Abschließende Bemerkungen

Die FEM hat sich in vielen Industriezweigen als Standardverfahren für Festigkeitsuntersuchungen an komplizierten und hoch beanspruchten Bauteilen durchgesetzt. Für Routineberechnungen werden im Pumpen- und Verdichterbau derzeit vorrangig FEM-Programme für ebene und rotationssymmetrische Modelle auf der Grundlage der linearen Elastizitätstheorie verwendet. Echt dreidimensionale Rechnungen werden auch in naher Zukunft eine Ausnahme sein und sich auf solche ausgewählte Objekte beschränken, die den extrem hohen Aufwand ökonomisch rechtfertigen. Die FEM ist jedoch nicht auf die Festkörpermechanik beschränkt, sondern wird erfolgreich zur Lösung vieler physikalischer Probleme (z. B. Temperaturfeld- und Strömungsberechnungen)

eingesetzt und nimmt damit unter den universellen numerischen Verfahren eine Sonderstellung ein. Die Popularität der FEM hat ihre Ursache vor allem der Tatsache zu verdanken, daß auch Gebiete mit komplizierter Geometrie berechnet werden können, so daß der Ingenieur von vielen Überlegungen befreit wird, die bei der Verwendung stark vereinfachter physikalischer Modelle nötig wäre. In der Regel stehen leistungsfähige und nutzerfreundliche Rechenprogramme zur Verfügung. Die Verwendung von automatischen Datengeneratoren bzw. von Standardvernetzungen für typische Bauteilformen sowie der Einsatz von Digitalisiergeräten zur Koordinatenerfassung und von automatischen Zeichentischen zur Kontrolle der Eingabedaten (Zeichnen der Vernetzungen) ermöglichen es einem Nutzer, das teilweise umfangreiche Datenmaterial mit erträglichem Aufwand weitestgehend fehlerfrei bereitzustellen. Durch die grafische Aufbereitung der Ergebnisse (Histogramme, Funktionsverläufe, Isolinien) ist eine schnelle Auswertung möglich.

Ein spezielles Einarbeiten in physikalische und mathematische Zusammenhänge ist nicht erforderlich; ohne tiefergehende theoretische Kenntnisse kann ein Nutzer mit Hilfe fertiger Programme komplizierte Probleme berechnen. Darin liegt jedoch auch eine Gefahr. Der Nutzer ist vielfach nicht mehr in der Lage, seine Ergebnisse richtig zu beurteilen und kritisch zu überprüfen, so daß z. B. offensichtlich falsche Ergebnisse (z. B. infolge eines unentdeckt gebliebenen Datenfehlers) nicht als solche erkannt werden. Überschlagsrechnungen zur Abschätzung der Größenordnung der Ergebnisse, Über-

prüfung der Erfüllung der Randbedingungen, einfache Testrechnungen u. ä. sind zur Absicherung der Rechenergebnisse jedoch unbedingt erforderlich. Eine besondere Bedeutung kommt in diesem Zusammenhang auch der Modellfindung zu. Ein falsches mechanisches Modell kann auch bei einer noch so feinen Vernetzung keine richtigen Ergebnisse liefern. Spezielle Modelle mit starken Vereinfachungen, die für Routinerechnungen eingesetzt werden sollen, müssen durch experimentelle Untersuchungen oder genauere Rechnungen abgesichert werden.

Ein Problem bei der Anwendung der FEM ist die Einschätzung der Genauigkeit der Ergebnisse. Da die FEM-Lösung bei feiner werdender Vernetzung gegen die exakte Lösung (des Modells) konvergiert, kann man prinzipiell durch Rechnungen mit verschiedenen feinen Netzen den Grad der Annäherung an die exakte Lösung abschätzen. Das ist in der Praxis jedoch wegen des damit verbundenen hohen Aufwandes kaum möglich. Ein Maß für die Genauigkeit der Näherungslösung ist aber in jedem Fall der Fehler bei der Erfüllung der Randbedingungen.

Abschließend läßt sich feststellen, daß durch die Anwendung der FEM in den letzten Jahren erhebliche Fortschritte bei der Berechnung von Pumpen- und Verdichterbauteilen erzielt wurden. Die in der vorliegenden Arbeit angegebenen Beispiele belegen diese Aussage.

LITERATUR

- [1] Autorenkollektiv: *Nachnutzbare EDV-Programme auf dem Gebiet der Technischen Mechanik. Schriftenreihe „Materialökonomie“ des IfL Dresden*, (1978) 26.
- [2] *IfL-Mitteilungen, Dresden 18 (1979) 2.*
- [3] *Richtlinienkatalog Festigkeitsberechnungen für Behälter und Apparate – Rechenprogramme – VEB Komplett Chemieranlagen Dresden 1975.*
- [4] *Vorträge zum Problemseminar „Finite Elemente II“ vom 28. 11. bis 2. 12. 1977 in Gaußig, Weiterbildungszentrum Festkörpermechanik, Konstruktion und rationeller Werkstoffeinsatz. Techn. Univ. Dresden 5/77.*
- [5] *Berichte der Tagung Festkörpermechanik, Festigkeitslehre und Materialverhalten vom 25. bis 28. 5. 1976 in Dresden. VEB Fachbuchverlag Leipzig 1976.*
- [6] Gabbert, U.: *Anwendung der Methode der finiten Elemente im Pumpen- und Verdichterbau. Zeitschrift Pumpen- und Verdichterinformatoren (1978) Heft 1, S. 23 – 29.*
- [7] Altenbach, J., Dankert, J., Gabbert, U.: *Finite-Elemente-3D-Programme. In: [2], S. 85 – 91.*
- [8] Dankert, J., Gabbert, U.: *Universelles Finite-Elemente-Programmsystem COSAR. Maschinenbautechnik 28 (1979), Heft 8, S. 352 – 358.*

- [9] Gabbert, U.: *Beitrag zur Anwendung der Methode der finiten Elemente auf die Berechnung des Verformungs- und Spannungszustandes dreidimensionaler Körper. Diss. Techn. Hochsch. Magdeburg 1973.*
- [10] Ullmann, K.: *Deformationsmessung an räumlich komplizierten Bauteilen nach dem Moireverfahren. Maschinenbautechnik 21 (1972) Heft 11, S. 502 – 506.*
- [11] Gabbert, U., Obst, R.: *Festigkeitsberechnung von Verdichtertaufrädern. Zeitschrift Pumpen- und Verdichterinformatoren (1980) Heft 1, S. 39 – 45.*
- [12] Gabbert, U.: *Berechnung von Schrumpfverbindungen mit der FEM. In: [4], S. 51 – 61.*
- [13] Gabbert, U.: *Ein Verfahren zur Berechnung von Schrumpfverbindungen. Zeitschrift Pumpen- und Verdichterinformatoren (1978) Heft 1, S. 30 – 32.*
- [14] Gabbert, U.: *Spannungsberechnung des Druckdeckels der Pumpe AX-80-250-2 mit Hilfe der Methode der finiten Elemente. VEB KPV Halle, Wissenschaftlich Technisches Zentrum, 1977 (unveröffentlicht).*
- [15] Gabbert, U., Krämer, M.: *Vereinfachte Festigkeitsberechnungen am Druckdeckel der mehrstufigen Kreiselpumpe AY-100-215. VEB KPV Halle, Wissenschaftlich Technisches Zentrum, 1979 (unveröffentlicht).*
- [16] Gabbert, U.: *Festigkeitsberechnungen am Spiralgehäuse KRGH 80/315 mit Hilfe der Methode der finiten Elemente. VEB KPV Halle, Wissenschaftlich Technisches Zentrum, 1979 (unveröffentlicht).*
- [17] Rudis, M. A.: *Nekotorye voprosy rasceta na procnost' spiralnych otvodov centrobstnych nasosov. Trudy VITM, Moskva 1960, vyp. 25, 101 – 150.*
- [18] Gabbert, U., Krämer, M.: *Berechnung stationärer und instationärer Temperaturfelder mit der Finite-Elemente-Methode. Zeitschrift Pumpen- und Verdichterinformatoren (1979) Heft 1, S. 29 – 36.*
- [19] Gabbert, U., Krämer, M.: *Temperaturfeldberechnungen mit der Methode der finiten Elemente. Zeitschrift Luft- und Kältetechnik 1980, Heft 1, S. 29 – 34.*
- [20] Gabbert, U., Strümke, M.: *Die Berechnung von Feldproblemen mit der Methode der finiten Elemente. Wiss. Z. Techn. Hochsch. Magdeburg 21 (1977) S. 509 – 514.*
- [21] Chung, T. J.: *Finite Element Analysis in Fluid Dynamics. Mc Graw Hill Book Comp. 1978.*
- [22] Gabbert, U.: *Berechnung dreidimensionaler Potentialströmungen mit der Methode der finiten Elemente. VEB KPV Halle, Wissenschaftlich Technisches Zentrum, 1979 (unveröffentlicht).*
- [23] Gabbert, U.: *Strömungsberechnungen mit der Methode der finiten Elemente. Vorträge der 2. Tagung Strömungsmechanik Magdeburg, 3. – 6. 9. 79 Report R-11/79 der AdW, S. 50 – 53.*

Anschrift des Verfassers:

Dr.-Ing. Ulrich Gabbert
Technische Hochschule Otto von
Guericke, Sektion Maschinenbau
301 Magdeburg, Bierutplatz 5