

## Materialverhalten zellularer Kugelverbundwerkstoffe im linear-viskoelastischen Bereich

H. Klaus, O. Huber, G. Kuhn

*Anhand von Relaxationsversuchen wird das zeitabhängige Materialverhalten eines neuartigen zellularen Kugelverbundwerkstoffes im elastischen Bereich untersucht. Bei dem zellularen Verbundwerkstoff handelt es sich um einen syntaktischen Polyamidschaum, bei dem die als Platzhalter verwendeten Mineralschaumgranulate die mechanischen Eigenschaften positiv beeinflussen. Das experimentell ermittelte zeitabhängige Materialverhalten wird mit den Ergebnissen einer numerischen Simulation verglichen. Es wird eine modifizierte Voigt-Reuss-Mischungsregel vorgestellt, mit der das Relaxationsverhalten des zellularen Verbundwerkstoffes effizient beschrieben werden kann.*

### 1 Einleitung

Die Steifigkeit zellularer Werkstoffe wird von der Steifigkeit des Grundmaterials und in besonderer Weise vom strukturellen Aufbau des Werkstoffes bestimmt. Eine Zellstruktur ohne geometrische Störungen sollte daher gegenüber einer gewichtsgleichen Zellstruktur mit strukturellen Störungen eine optimale Steifigkeit aufweisen. Öchsner et al. (2001) zeigte jedoch durch Untersuchungen an perforierten Lochplatten, dass nicht nur reale zellulare Werkstoffe, sondern auch idealisierte zellulare Modellwerkstoffe ohne strukturelle Störungen mit abnehmender relativer Dichte eine überproportionale Abnahme der Steifigkeit und Festigkeit aufweisen.

Neben der Gruppe der klassischen geschlossenporigen zellularen Werkstoffe, die durch Aufschäumen des Grundmaterials mit Hilfe von Treibmittel oder durch Einblasen von Gas in die Schmelze hergestellt werden, existiert die Gruppe der syntaktischen Schäume. Diese zellularen Werkstoffe werden durch Umgießen von leichten Platzhaltern hergestellt, die im Werkstoff verbleiben. Der ursprüngliche syntaktische Schaum, der seit etwa 1960 bekannt ist, besteht aus Glas-Mikrohohlkugeln, die in Epoxidharz eingerührt werden (Gupta (2003)).

Eine Möglichkeit, den Abfall der Steifigkeit bei abnehmender relativer Dichte zu vermindern, besteht darin, die Steifigkeit der Platzhalter im syntaktischen Schaum zu erhöhen, um damit die Eigenschaften des zellularen Werkstoffes zu verbessern. Die gewichtsbezogene Steifigkeit eines solchen Werkstoffes wurde am Beispiel des syntaktischen Polyamidschaums mit Mineralschaumgranulaten als Platzhalter numerisch und experimentell untersucht. Die Steifigkeit des zellularen Werkstoffes kann mittels eines rheologischen Ersatzmodells einfach beschrieben werden. Die Untersuchungen zeigen, dass der Abfall der elastischen Eigenschaften bei einem solchen zellularen Werkstoff nicht nur vermindert wird, sondern dass die Steifigkeit des Verbundwerkstoffes größer ist, als die theoretisch mögliche Steifigkeit des gewichtsgleichen reinen Polyamidschaums (Klaus et al. (2005)). Daher und aufgrund der kugelförmigen Gestalt der zellularen Platzhalter (Godehardt (2004)) wird der Werkstoff im Weiteren als zellularer Kugelverbundwerkstoff bezeichnet.

Das zeitfreie elastische Materialverhalten des untersuchten Werkstoffes kann mit den bisher gewonnenen Erkenntnissen beschrieben werden (Klaus et al. (2005)). Eine mögliche Beschreibung des zeitabhängigen Materialverhaltens, das bereits im elastischen Bereich auftritt, wird im Rahmen dieser Arbeit vorgestellt. Um das Verhalten des Verbundwerkstoffes beschreiben zu können, wird zunächst das Verhalten der Einzelkomponente Polyamid und anschließend das Materialverhalten des Verbundwerkstoffes experimentell untersucht. Um die Ermittlung des zeitabhängigen Verhaltens in einem geeigneten Zeitraum zu ermöglichen, wird in den folgenden Untersuchungen ein Zeitbereich von 1800s betrachtet. Die Beschreibung beschränkt sich damit zunächst auf den Kurzzeitbereich.

## 2 Experimentelle Ermittlung des zeitabhängigen Materialverhaltens

### 2.1 Gusspolyamid PA 6

Die spröden Mineralschaumgranulate zeigen kein zeitabhängiges Materialverhalten, während das Polyamid viskoelastisches Verhalten aufweist (Greiner (1998)). Dieses zeitabhängige Verhalten des Kunststoffes überträgt sich auf das Verhalten des Verbundwerkstoffes, so dass dies in der Beschreibung des Materialverhaltens berücksichtigt werden muss. Für die experimentelle Ermittlung des zeitabhängigen Materialverhaltens werden am reinen Gusspolyamid (Wassergehalt 2,5 Gewichtsprozent) Relaxationsversuche durchgeführt.

Vor den Versuchen ist der zu untersuchende Spannungsbereich festzulegen. Gegenstand der Untersuchung ist der elastische Bereich des Verbundwerkstoffes, dessen Grenze über Experimente ermittelt wird. Die am Ende dieses elastischen Bereiches auftretende maximale Spannung in der Polyamidmatrix kann über die in Klaus et al. (2005) verwendeten FEM-Mesomodelle abgeschätzt werden. Im Folgenden bezieht sich der Begriff des FEM-Mesomodells immer auf das idealisierte FEM-Mesomodell des Verbundwerkstoffes, das auf einem kfz-Gitter basiert und mittels periodischer Randbedingungen ins Unendliche erweitert wird (Abbildung 1).

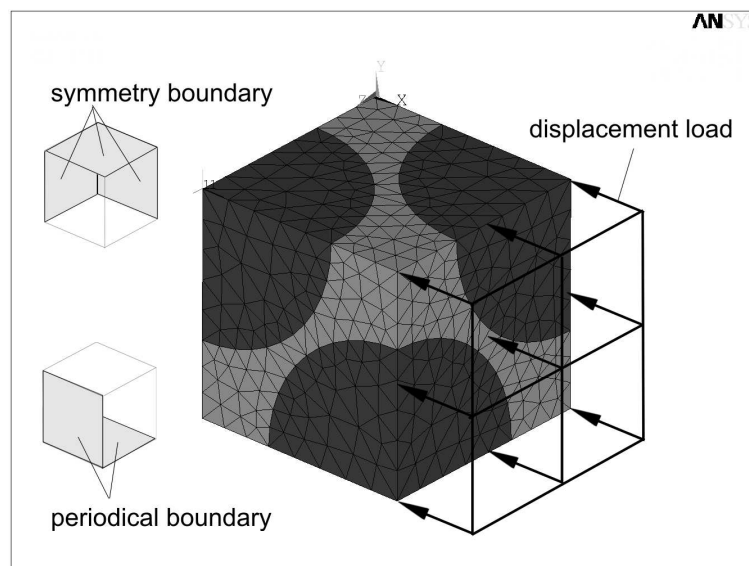


Abbildung 1: FEM-Mesomodell

Abbildung 2 zeigt für den Verbundwerkstoff einen experimentell ermittelten Spannungs-Dehnungs Verlauf eines einaxialen Druckversuches im Vergleich mit dem Ergebnis des FEM-Mesomodells. Die experimentell ermittelte Steifigkeit ist aufgrund vereinzelt vorliegender formschlüssiger Verbindungen zwischen Granulat und Matrix größer als die berechnete Steifigkeit aus der numerischen Simulation, da hier mit einem reibbehafteten Kontakt eine untere Grenze für die Steifigkeit ermittelt wird (Klaus et al. (2005)). Das Polyamid im Verbundwerkstoff besitzt einen Wassergehalt von 2,5 Gewichtsprozent. Um im FEM-Mesomodell das Versagen der Mineralschaumgranulate zu berücksichtigen, wurde ein einfaches Materialgesetz für Schäume verwendet, das auf einer Arbeit von Neilsen et al. (1987) basiert und in LS-DYNA implementiert ist (\*Mat\_Crushable\_Foam). Die Versagensgrenze des Mineralschaums wird experimentell durch einaxiale Druckversuche an quaderförmigen Mineralschaumproben mit den Abmessungen 40mm x 40mm x 100mm ermittelt (Klaus and Huber (2005)).

Die experimentell ermittelte Grenze des linear-elastischen Bereichs wird mit dem FEM-Mesomodell gut beschrieben. Das Ende des elastischen Bereichs wird in der numerischen Simulation bei einer makroskopischen Druckspannung von 2,3 MPa erreicht. Bei dieser Belastung nimmt die dritte Hauptnormalspannung ( $\sigma_{III}$ ) in der Polyamidmatrix aufgrund von Kerbwirkungen, die aus dem strukturellen Aufbau des Werkstoffes resultieren, einen Extremalwert von -8,7 MPa an.  $\sigma_{III}$  ist in diesem Fall die betragsmäßig größte Normalspannung. Die Relaxationsversuche an reinen PA6 Proben werden daher mit einer maximalen Anfangsspannung  $\sigma_0$  von 10 MPa durchgeführt.

Bei der Festlegung der Probengeometrie ist zu berücksichtigen, dass im Verbundwerkstoff das Polyamid in geringen Wandstärken vorliegt. Flachproben mit dünnen Wandstärken können schnell konditioniert und im Zugversuch

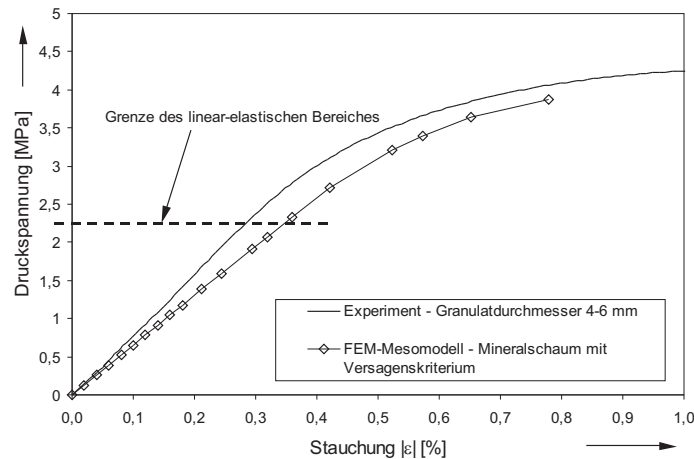


Abbildung 2: Linear-elastischer Bereich des Verbundwerkstoffes aus Experiment und Numerik

einfach getestet werden. Infolge der weitgehenden Analogie des elastischen Materialverhaltens des Polyamids im Zug- und Druckversuch (Greiner (1998)) werden daher die Relaxationsversuche an Zugproben (Wandstärke 2 mm) durchgeführt. Die Prüfung erfolgte auf einer elektromechanischen Universalzugprüfmaschine (Zwick, Z-150). Nach Erreichen der Anfangsspannung  $\sigma_0$  wird die Gesamtdehnung der Probe für 1800s konstant gehalten. Durch einen dehnungsgeregelten Halt wird die Längenänderung der Kraftmessdose, die aufgrund der absinkenden Spannung auftritt, ausgeregelt. Abbildung 3 zeigt die Ergebnisse der Relaxationsversuche.

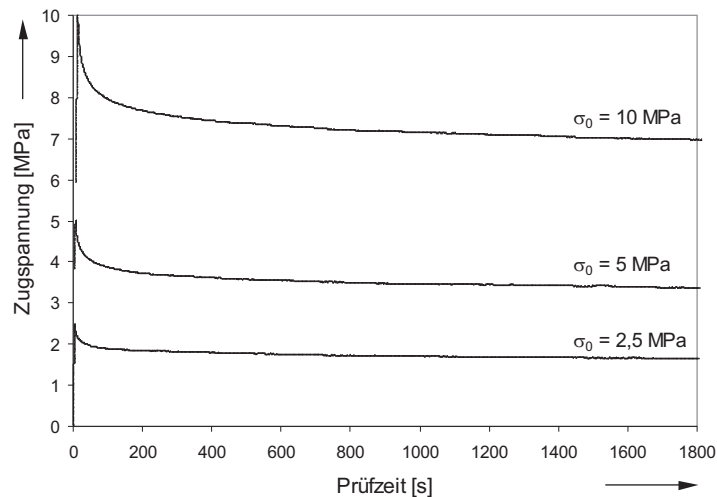


Abbildung 3: Relaxationsverhalten von PA 6 mit 2,5 % Wassergehalt

## 2.2 Zellularer Kugelverbundwerkstoff

Das zeitabhängige Materialverhalten des zellularen Kugelverbundwerkstoffes wird durch Relaxationsversuche an quaderförmigen Druckproben mit den Abmessungen 50mm x 50mm x 100mm ermittelt. Um die Längenänderung der Kraftmessdose, die aufgrund der absinkenden Belastung auftritt, zu berücksichtigen, wird die Anfangsdehnung während des Versuches dehnungsgeregelt konstant gehalten. Da diese Regelungsart sehr störanfällig ist, wird der Feindehnungsaufnehmer nicht auf die sehr inhomogene Probenoberfläche, sondern auf die Druckstempel aufgesetzt (Abbildung 4).

Um sicher im linear-elastischen Bereich des Materials zu bleiben, wird als Ausgangsspannung  $\sigma_0 = 1,1$  MPa eingestellt. Abbildung 5 zeigt die Ergebnisse der Relaxationsversuche.

Um den Einfluss der Mineralschaumgranulate auf das Relaxationsverhalten des Verbundwerkstoffes experimentell beurteilen zu können, wird ein Relaxationsversuch an einem reinen Polyamidschaum ohne Mineralschaumgranulate durchgeführt. Die Probenabmessungen betragen 50mm x 50mm x 50mm. Die Herstellung des Polyamidschaums

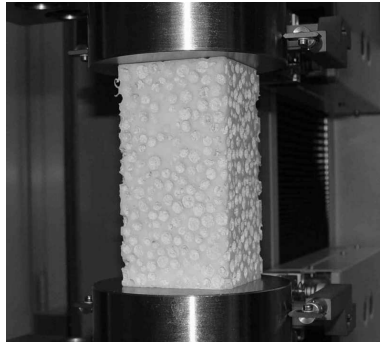


Abbildung 4: Relaxationsversuch am zellularen Kugelverbundwerkstoff

erfolgt analog zu der des Verbundwerkstoffes. Es werden jedoch anstelle der Mineralschaumgranulate Polypropylenhohlkugeln verwendet, die nach der Herstellung wieder aufgeschmolzen werden (vgl. Klaus et al. (2005)).

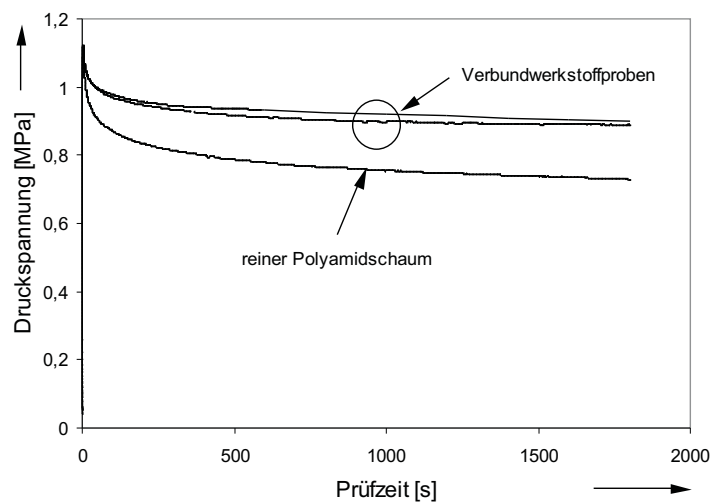


Abbildung 5: Relaxationsverhalten des zellularen Kugelverbundwerkstoffes und des reinen Polyamidschaums mit 2,5 % Wassergehalt;  $\sigma_0$  betr\u00e4gt bei allen Versuchen 1,1 MPa

Ein Vergleich der in Abbildung 5 dargestellten Relaxationskurven zeigt, dass die Mineralschaumgranulate zu einer deutlichen Reduzierung des viskosen Materialverhaltens gegen\u00fcber dem reinen Polyamidschaum f\u00fchren.

### 3 Beschreibung des zeitabh\u00e4ngigen Materialverhaltens

#### 3.1 Gusspolyamid PA 6

Das zeitabh\u00e4ngige Materialverhalten kann in die Bereiche Viskoelastizit\u00e4t und Viskoplastizit\u00e4t unterteilt werden (Backhaus (1983)). Die Viskoelastizit\u00e4t umfasst sowohl lineares als auch nicht-lineares Verhalten. F\u00fcr die Unterscheidung zwischen den beiden zuletzt genannten Materialverhalten werden Isochronen verwendet. Isochronen entstehen durch ein Eintragen der Spannungs- und Dehnungswerte aus verschiedenen Relaxationskurven f\u00fcr die gleiche Belastungsdauer  $t$  in ein  $\sigma - \epsilon$  Diagramm (Abbildung 6). Bei linear-viskoelastischen Materialverhalten sind die Spannung und Dehnung stets direkt proportional zueinander, d. h. die Isochronen sind hier Geraden. F\u00fcr nichtlinear-viskoelastisches Verhalten gilt dieser Zusammenhang nicht mehr (Abbildung 6).

F\u00fcr die Erstellung von Isochronen reichen die durchgef\u00fchrten Relaxationsversuche nicht aus. Es gibt jedoch eine weitere M\u00f6glichkeit um zu \u00fcberpr\u00fcfen, ob linear-viskoelastisches Materialverhalten vorliegt. Dazu werden die in den einzelnen Relaxationsversuchen gemessenen Spannungen jeweils auf die Ausgangsspannung  $\sigma_0$  bezogen (normierte Spannung  $\sigma(t)/\sigma_0$ ) und in einem Diagramm dargestellt. Bei linear-viskoelastischen Materialverhalten m\u00fcssen die Kurven aufgrund der direkten Proportionalit\u00e4t zwischen Spannung und Dehnung deckungsgleich sein. Wie Abbildung 7 zeigt, ist dies im Rahmen der zu erwartenden Abweichungen bei mehreren experimentellen

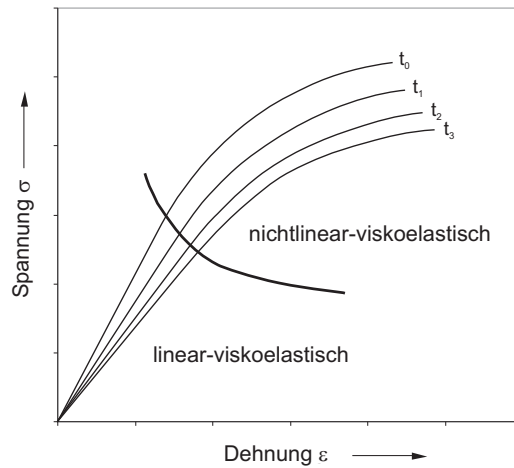


Abbildung 6: Unterscheidung zwischen linear- und nichtlinear-viskoelastischen Materialverhalten

Relaxationsversuchen der Fall. Im untersuchten Bereich verhält sich das Polyamid linear-viskoelastisch.

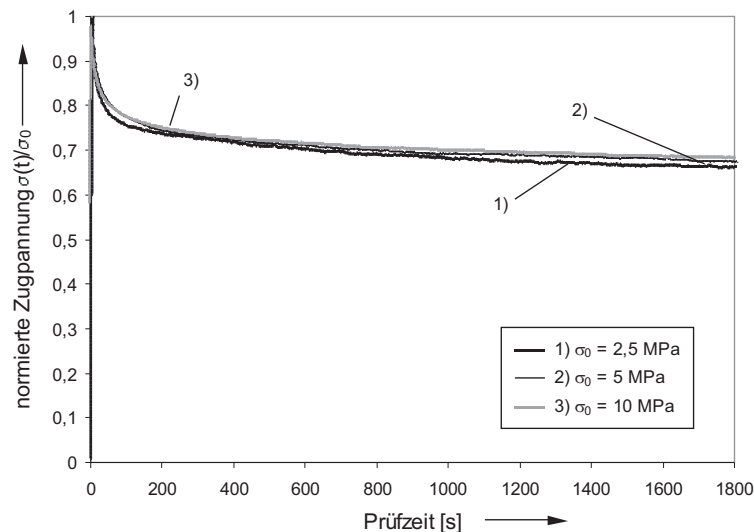


Abbildung 7: Normierte Ergebnisse der Relaxationsversuche an PA6 Zugproben

Damit können für die Beschreibung des zeitabhängigen Materialverhaltens des Polyamids die bekannten Materialgesetze für linear-viskoelastisches Verhalten verwendet werden. Im Rahmen der linearen Nachwirkungstheorie nach Boltzmann und Volterra gilt für die Spannungs-Dehnungsbeziehung eines linear-viskoelastischen Materials nach Backhaus (1983)

$$\sigma(t) = R(t=0)\varepsilon(t) - \int_{-\infty}^t \frac{\delta}{\delta \bar{t}} R(t - \bar{t})\varepsilon(\bar{t})d\bar{t}. \quad (1)$$

Dabei ist  $R(t - \bar{t})$  die Relaxationsfunktion. Sie gibt die Spannungsantwort des Systems auf einen Einheits-Dehnungssprung zur Zeit  $t = 0$  wieder. Für linear-viskoelastische Materialien stehen für die Ermittlung der Relaxationsfunktion einfache rheologische Ersatzmodelle zur Verfügung. Für die numerische Simulation wird ein Materialgesetz verwendet, das auf einem generalisierten Maxwell-Modell basiert (Abbildung 8) und von Key (1974) in das FEM Programm HONDO implementiert wurde. Das Materialgesetz steht auch in der verwendeten Software LS-DYNA für 3-D Anwendungen zur Verfügung (\*Mat\_General\_Viscoelastic).

Das generalisierte Maxwell-Modell mit Federabschluss besteht aus einer Parallelschaltung von  $n$  Maxwell-Elementen, wobei das erste Maxwell-Element nur aus einer Feder besteht. Mit diesem Ersatzmodell lässt sich das reale Verhalten von Polymeren besser nachbilden als mit einem einzigen Maxwell-Element. Für eine bei  $t = t_0$  erzeugte,

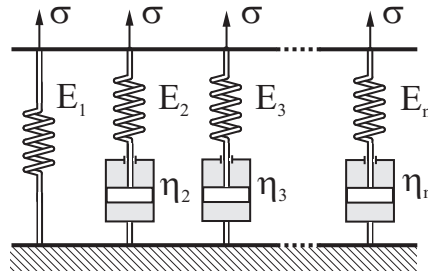


Abbildung 8: Generalisiertes Maxwell-Modell mit Abschluss

konstant bleibende Dehnung  $\varepsilon_0$  (Relaxationsversuch) vereinfacht sich (1) nach Backhaus (1983) zu

$$\sigma(t) = \left( R(0) - \int_{t_0}^t dR(t-\bar{t}) \right) \varepsilon_0 = R(t-t_0)\varepsilon_0. \quad (2)$$

Aus dem Relaxationsversuch ( $\varepsilon_0 = const.$ ) kann damit die Relaxationsfunktion für das generalisierte Maxwell-Element nach Backhaus (1983) zu

$$R(t-t_0) = \sum_{k=1}^n E_k e^{-\alpha_k(t-t_0)} \quad (3)$$

bestimmt werden. Die Werte für  $E_k$  und  $\alpha_k$  ( $\alpha_k = E_k/\eta_k$ ) werden durch eine bestmögliche Anpassung der Relaxationsfunktion an die gemessenen Relaxationskurven ermittelt. Diese Anpassung erfolgt hier mit Hilfe der FEM Software LS-DYNA nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate. Tabelle 1 zeigt die ermittelten Werte für die Materialkonstanten  $E_k$  und  $\alpha_k$ .

$k$	$E_k$ [MPa]	$\alpha_k$ [1/s]
1	623,39	0
2	99,231	$1,858 \cdot 10^{-4}$
3	67,626	$1,876 \cdot 10^{-3}$
4	128,12	$1,895 \cdot 10^{-2}$
5	115,87	0,1914
6	10,044	1,9331

Tabelle 1: Werte der Materialkonstanten  $E_k$  und  $\alpha_k$

Abbildung 9 zeigt die experimentell ermittelte Relaxationskurve des Polyamids für eine Ausgangsspannung  $\sigma_0$  von 5 MPa. Der Relaxationsversuch wurde auch mit dem verwendeten Materialgesetz \*Mat\_General\_Viscoelastic, das auf dem generalisierten Maxwell-Element basiert, numerisch simuliert. Die beiden Kurvenverläufe decken sich gut mit der analytischen Lösung des Problems (Gl. (2) und (3)).

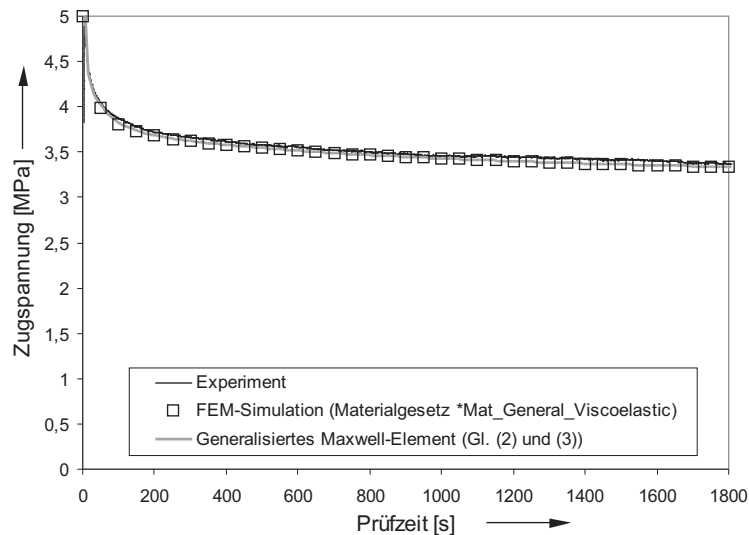


Abbildung 9: Beschreibung des linear-viskoelastischen Materialverhaltens mittels Experiment, Numerik und Analytik

### 3.2 Zellularer Kugelverbundwerkstoff

Im Folgenden wird untersucht, ob das zeitabhängige Materialverhalten des Verbundwerkstoffes mit einem einfachen rheologischen Ersatzmodell beschrieben werden kann.

Öchsner et al. (2001) verwendet die Voigt-Reuss-Mischungsregel, um den E-Modul klassischer zellulärer Werkstoffe in Abhängigkeit der relativen Dichte darzustellen. Um mit dem rheologischen Ersatzmodell eines Zweistoffsystems zelluläre Werkstoffe beschreiben zu können, benutzt er das in den Poren der zellulären Werkstoffe eingeschlossene Gas als zweite Komponente mit einer verschwindend kleinen Steifigkeit.

Im Gegensatz zu den von Öchsner et al. (2001) untersuchten klassischen zellulären Werkstoffen handelt es sich bei dem zellulären Kugelverbundwerkstoff um ein echtes Zweistoffsystem, was die Anwendung der Voigt-Reuss-Mischungsregel erleichtert. Das mechanische Verhalten des zellulären Kugelverbundwerkstoffes ist im Vergleich zu konventionellen zellulären Werkstoffen nicht nur von der relativen Dichte, sondern auch von der Art der Verbindung zwischen Mineralschaumgranulat und Polyamidmatrix abhängig. Das ursprüngliche Voigt-Reuss Modell (Abbildung 10) wird modifiziert, um den Einfluss der Granulatanbindung zu berücksichtigen. Dazu wird ein Faktor  $\beta$  verwendet, der dem Verhältnis zwischen der in Kontakt befindlicher Granulatoberfläche zur gesamten Granulatoberfläche entspricht (Abbildung 11) (Klaus et al. (2005)).

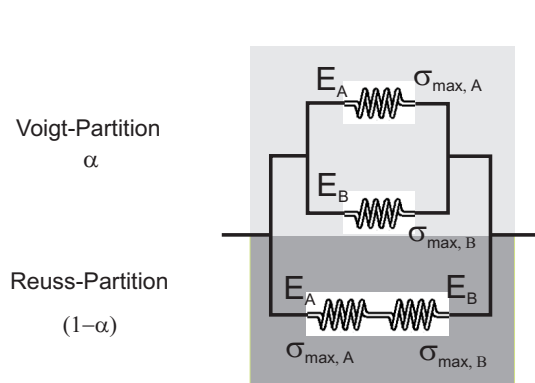


Abbildung 10: Voigt-Reuss Modell

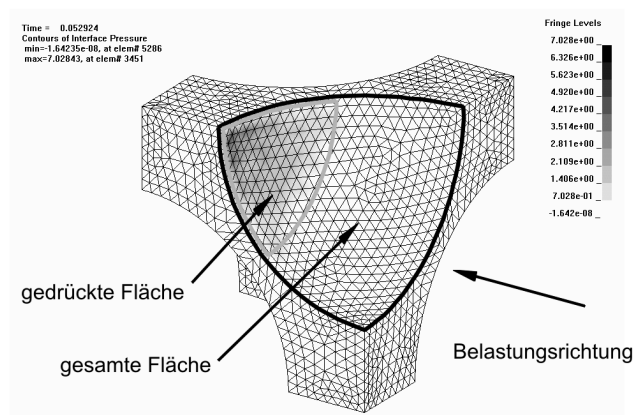


Abbildung 11: Kontaktfläche zwischen Granulat und Matrix

Für einen reibbehafteten Kontakt zwischen Granulat und Matrix (Reibungskoeffizient  $\mu = 0,2$ ) kann für den Faktor  $\beta$  über das FEM-Mesomodell ein Wert von 0,3 ermittelt werden. Der zeitfreie E-Modul des zellulären

Kugelverbundwerkstoffes (KVW) ergibt sich zu

$$E_{KVW} = \alpha (\phi_{PA} E_{PA} + \beta \phi_M E_M) + (1 - \alpha) \left( \frac{\phi_{PA}}{E_{PA}} + \frac{\phi_M}{\beta E_M} \right)^{-1}. \quad (4)$$

$\phi_{PA}$  und  $\phi_M$  entsprechen dem Volumenanteil der Polyamidmatrix ( $\phi_{PA}$ ) und der Mineralschaumgranulate ( $\phi_M$ ), wobei  $\phi_{PA} + \phi_M = 1$  ist. Für  $\beta = 1$ , was einer vollständigen Anbindung der Granulate an die Matrix entspricht, geht Gleichung (4) in die originale Voigt-Reuss-Mischungsregel über. Je nach Art der Granulatanbindung liegt damit der Faktor  $\beta$  zwischen 0,3 und 1. Der Parameter  $\alpha$  gibt den Anteil der jeweiligen Partition an. Er ist nach Öchsner et al. (2001) von der relativen Dichte  $\rho/\rho_{Matrix}$  abhängig und abschnittsweise mit

$$\alpha = \begin{cases} \alpha_0 = const., & 0 \leq \frac{\rho}{\rho_{Matrix}} \leq \left( \frac{\rho}{\rho_{Matrix}} \right)_b \\ \alpha_0 + (1 - \alpha_0) \frac{\left( \frac{\rho}{\rho_{Matrix}} - \left( \frac{\rho}{\rho_{Matrix}} \right)_b \right)^2}{\left( 1 - \left( \frac{\rho}{\rho_{Matrix}} \right)_b \right)^2}, & \left( \frac{\rho}{\rho_{Matrix}} \right)_b < \frac{\rho}{\rho_{Matrix}} \leq 1 \end{cases} \quad (5)$$

definiert. Die Parameter  $\alpha_0$  und  $(\rho/\rho_{Matrix})_b$  ermöglichen ein Anpassen der Funktionsverläufe an experimentelle Ergebnisse.

Für die Beschreibung des zeitabhängigen Materialverhaltens in Form von Relaxationsversuchen bietet es sich an Gl. (4) dahingehend zu erweitern, dass der zeitunabhängige E-Modul des Polyamids  $E_{PA}$  durch die in Punkt 3.1 dargestellte zeitabhängige Beschreibung (Gl. (3)) ersetzt wird. Damit gilt für den E-Modul des Polyamids

$$E_{PA} = E_{PA}(t) = \sum_{i=1}^n E_i e^{-\alpha_i(t-t_0)}. \quad (6)$$

Einsetzen von (6) in (4) liefert die zeitabhängige Beschreibung des Verbund E-Moduls und führt zu

$$E_{KVW}(t) = \alpha \underbrace{\left( \phi_{PA} \sum_{i=1}^n E_i e^{-\alpha_i(t-t_0)} + \beta \phi_M E_M \right)}_{\text{Partition I}} + (1 - \alpha) \underbrace{\left( \frac{\phi_{PA}}{\sum_{i=1}^n E_i e^{-\alpha_i(t-t_0)}} + \frac{\phi_M}{\beta E_M} \right)^{-1}}_{\text{Partition II}}. \quad (7)$$

Die in (7) dargestellte Mischungsregel beschreibt analog zur Voigt-Reuss-Mischungsregel die Steifigkeit eines Zweistoffsystems. Dieses Zweistoffsystem enthält jedoch eine linear-viskoelastische Komponente. Ferner müssen die beiden Komponenten nicht ideal miteinander verbunden sein. Der mit der ursprünglichen Voigt-Partition vergleichbare Teil des rheologischen Ersatzmodells, die Parallelschaltung der beiden Steifigkeiten (Annahme konstanter Verzerrungen), wird im Folgenden als Partition I bezeichnet. Der Partition II entspricht in der originalen Voigt-Reuss-Mischungsregel die Reuss-Partition, die durch die Reihenschaltung der beiden Steifigkeiten (Annahme konstanter Spannungen) gekennzeichnet ist. Im Weiteren wird die verallgemeinerte Mischungsregel als rheologisches Ersatzmodell bezeichnet.

Zunächst wird untersucht, welche Möglichkeiten der zeitabhängigen Beschreibung Gl. (7) bietet. Dazu werden die beiden Partitionen getrennt ausgewertet. Abbildung 12 zeigt die Partition I als Feder-Dämpfer Modell, sowie den Einfluss des Faktors  $\beta$  auf das zeitabhängige Verhalten des E-Moduls. Um die Vergleichbarkeit des E-Moduls bei einer Änderung von  $\beta$  zu gewährleisten, ist jeweils der normierte E-Modul  $E_{Partition\ I}(t)/E_{Partition\ I}(t=0)$  dargestellt (Abbildung 12).

Eine Vergrößerung des Faktors  $\beta$  von 0,3 auf 1 erhöht die Federsteifigkeit  $\beta E_M$ . Dadurch wird in der Partition I unter der Annahme einer konstanten äußeren Dehnung die Relaxation des parallel geschalteten generalisierten Maxwell-Modells verringert (Abbildung 12).



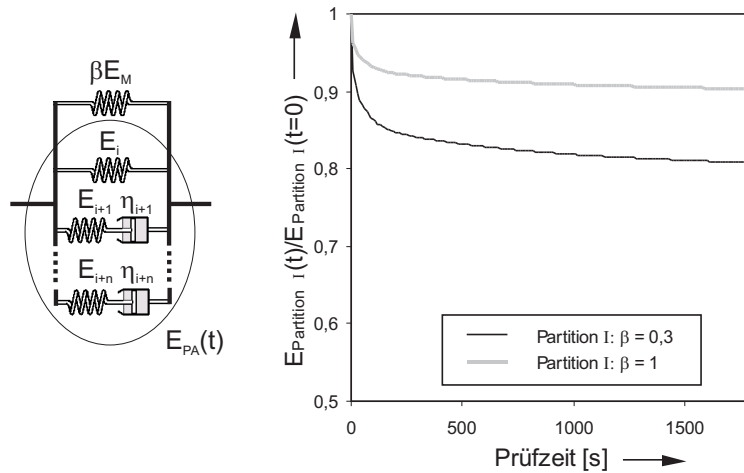


Abbildung 12: Einfluss des Faktors  $\beta$  auf das zeitabhängige Verhalten der Partition I

Abbildung 13 zeigt ein Feder-Dämpfer Modell für die Partition II, sowie das zeitabhängige Verhalten des normierten E-Moduls  $E_{Partition II}(t)/E_{Partition II}(t = 0)$ . Als Belastung wird für die Partition II eine konstante äußere Dehnung angenommen (Relaxationsversuch). Eine Vergrößerung des Faktors  $\beta$  von 0,3 auf 1 erhöht die Federsteifigkeit  $\beta E_M$ . Dies führt zu einer höheren Belastung des generalisierten Maxwell-Elements und damit zu einer erhöhten Relaxation.

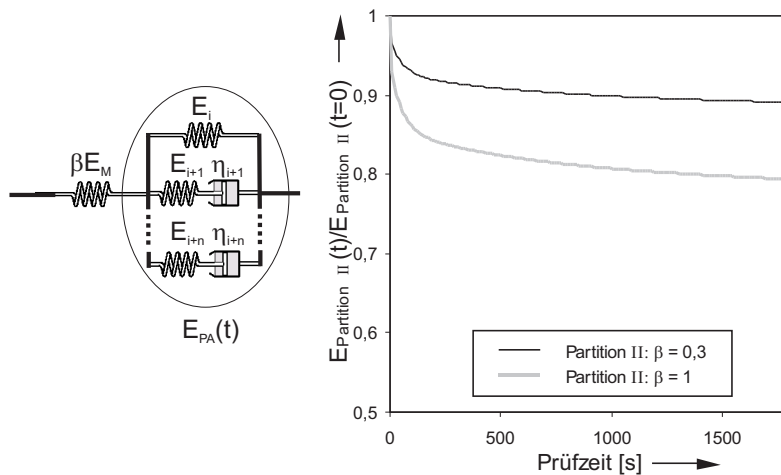


Abbildung 13: Einfluss des Faktors  $\beta$  auf das zeitabhängige Verhalten der Partition II

Der Einfluss des Faktors  $\beta$  auf das Relaxationsverhalten der beiden Partitionen zeigt ein gegenläufiges Verhalten. Über die Wahl des Parameters  $\alpha$  wird der Anteil der jeweiligen Partition festgelegt, dadurch ist eine Anpassung an unterschiedlichste reale Kurvenverläufe möglich.

Im vorliegenden Fall ist der Parameter  $\alpha$  jedoch nicht mehr frei wählbar, da er für die Beschreibung der Steifigkeit in Abhängigkeit der relativen Dichte verwendet wird. Abbildung 14 zeigt eine Darstellung des relativen E-Moduls in Abhängigkeit der relativen Dichte im zeitfreien Bereich für den Verbundwerkstoff, sowie für einen reinen Polyamidschaum.

Der für den reinen Polyamidschaum numerisch ermittelte Zusammenhang wird sowohl durch Experimente, als auch durch die numerische Simulation einer realen Geometrie, die aus einer  $\mu$ -CT Analyse stammt, bestätigt. Die Beschreibung der numerischen und experimentellen Werte ist mit der Voigt-Reuss-Mischungsregel nach Öchsner et al. (2001) gut möglich.

Die Modellierung des Verbundwerkstoffes liefert unter Verwendung eines reibbehafteten Kontaktes zwischen Granulat und Matrix eine untere Grenze für die Steifigkeit im zeitfreien Bereich. Für einen am FEM-Mesomodell ermittelten Faktor  $\beta$  von 0,3 und ein  $\alpha_0$  von 0,83 kann der durch die Experimente bestätigte Verlauf mit dem rheologischen Ersatzmodell gut beschrieben werden. Die numerischen Ergebnisse für eine vollständige Verbindung

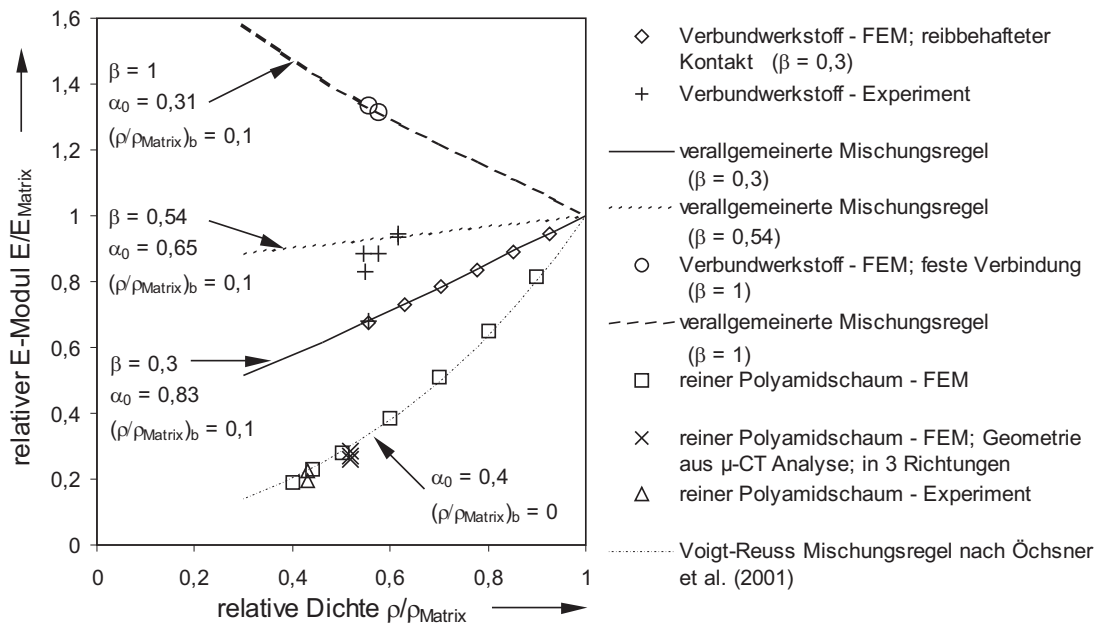


Abbildung 14: Relativer E-Modul in Abhängigkeit der relativen Dichte im zeitfreien Bereich

zwischen Granulat und Matrix können mit dem Ersatzmodell durch ein  $\alpha_0$  von 0,31 und ein  $\beta$  von 1 erfasst werden. Aufgrund vereinzelter formschlüssiger Verbindungen zwischen Granulat und Matrix liegen die Experimente zwischen den Verläufen für  $\beta = 0,3$  und  $\beta = 1$ . Durch eine Variation des Faktors  $\beta$  können die Kurvenverläufe des rheologischen Ersatzmodells gut an die Experimente angepasst werden.

Um mit dem rheologischen Ersatzmodell eine Variation des Faktors  $\beta$  zwischen 0,3 und 1 beschreiben zu können, muss der Wert für  $\alpha_0$  verändert werden (Abbildung 14). Diese Änderung lässt sich physikalisch mit einer veränderten Belastung der Mesostruktur, die eine Veränderung der Anteile der Partitionen I und II bewirkt, erklären. Abbildung 15 zeigt im FEM-Mesomodell die verschiedenen Verschiebungsfelder und damit auch Beanspruchungen in Belastungsrichtung für einen reibbehafteten Kontakt ( $\beta = 0,3$ ) und eine vollständige Anbindung zwischen Granulat und Matrix ( $\beta = 1$ ).

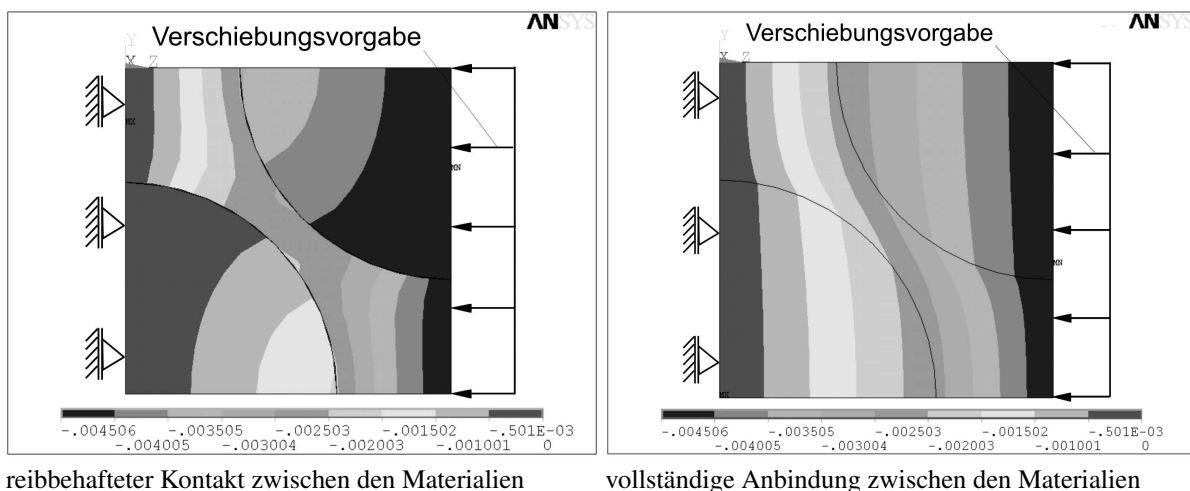


Abbildung 15: Einfluss des Faktors  $\beta$  auf die Beanspruchung der Mesostruktur

Um die in Abbildung 14 dargestellten Zusammenhänge zu gewährleisten, muss für den Parameter  $\alpha_0(\beta)$ , der vom Faktor  $\beta$  abhängt,  $\alpha_0(\beta = 0,3) = 0,83$  und  $\alpha_0(\beta = 1) = 0,31$  gelten. Es wird eine lineare Abhängigkeit angenommen (Abbildung 16), so dass gilt

$$\alpha_0(\beta) = -0,74 \cdot \beta + 1,05. \quad (8)$$

Einsetzen von (8) in (5) liefert eine Funktion  $\alpha$ , die von der relativen Dichte  $\rho/\rho_{Matrix}$  und dem Faktor  $\beta$  abhängt,

damit gilt für  $0,3 \leq \beta \leq 1$ :

$$\alpha = \begin{cases} \alpha_0 = -0,74\beta + 1,05, & 0 \leq \frac{\rho}{\rho_{Matrix}} \leq \left(\frac{\rho}{\rho_{Matrix}}\right)_b \\ (-0,74\beta + 1,05) + (0,74\beta - 0,05) \frac{\left(\frac{\rho}{\rho_{Matrix}} - \left(\frac{\rho}{\rho_{Matrix}}\right)_b\right)^2}{\left(1 - \left(\frac{\rho}{\rho_{Matrix}}\right)_b\right)}, & \left(\frac{\rho}{\rho_{Matrix}}\right)_b < \frac{\rho}{\rho_{Matrix}} \leq 1. \end{cases} \quad (9)$$

In Abbildung 16 ist die Funktion  $\alpha(\rho/\rho_{Matrix}, \beta)$  dargestellt. Innerhalb der für  $\beta$  vorgegebenen Grenzen ergeben sich für  $\alpha$  gültige Werte zwischen 0 und 1. Die Festlegung der Parameter  $\alpha_0$  und  $(\rho/\rho_{Matrix})_b$  in (9) erfolgt über die Anpassung des Ersatzmodells an die Beschreibung des relativen E-Moduls in Abhängigkeit der relativen Dichte. Für die Beschreibung der Zeitabhängigkeit ist keine weitere Anpassungsmöglichkeit mehr notwendig (vgl. Abbildung 18).

Mit dem vorgeschlagenen Ersatzmodell ((7) und (9)) kann der zeitabhängige E-Modul und damit die Relaxationsfunktion des Verbundwerkstoffes ermittelt werden (vgl. (2)). Für die Beschreibung des zeitabhängigen Materialverhaltens wird der relative E-Modul in Abhängigkeit der Zeit und der relativen Dichte dargestellt. Dies erfordert eine 3-D Darstellung (vgl. Abbildung 17). Um die Übersichtlichkeit der Darstellung zu verbessern, wird im Weiteren aus dem 3-D Diagramm nur die Ebene relativer E-Modul über der Zeit betrachtet, wobei die relative Dichte für jede Kurve eingetragen wird (vgl. Abbildung 18).

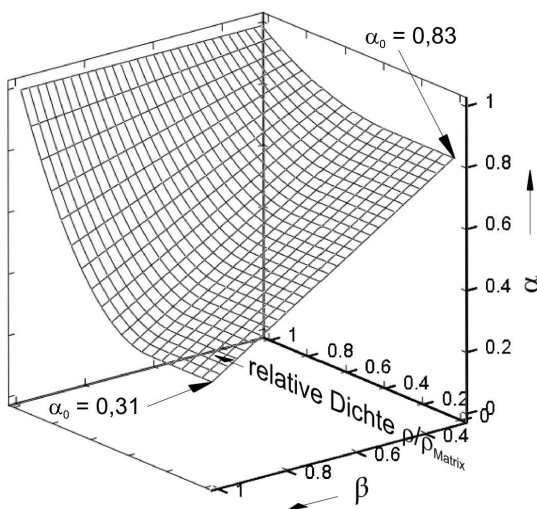


Abbildung 16: Funktion  $\alpha(\rho/\rho_{Matrix}, \beta)$

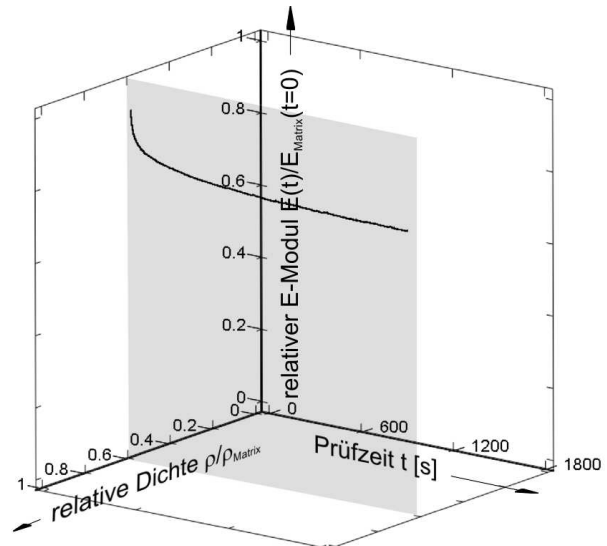


Abbildung 17: Experimenteller Relaxationsversuch in der Darstellung relativer E-Modul über relativer Dichte und Zeit

Abbildung 18 zeigt einen Vergleich der Ergebnisse für den zeitabhängigen relativen E-Modul aus dem Experiment, der Numerik und dem rheologischen Ersatzmodell. Die Ergebnisse des FEM-Mesomodells für vollständig angebundene Granulate werden durch das rheologische Ersatzmodell mit  $\beta = 1$  gut beschrieben.

Ein Vergleich der Experimente mit dem FEM-Mesomodell ist nicht möglich, da in der Modellierung die sporadisch auftretenden formschlüssigen Verbindungen zwischen Granulat und Matrix nicht berücksichtigt sind. Die Ergebnisse des rheologischen Ersatzmodells mit gleicher relativer Dichte und  $\beta = 0,54$  beschreiben die Experimente jedoch gut.

Mit dem rheologischen Ersatzmodell ist auch die Beschreibung des reinen Polyamids als Extremfall möglich. Durch eine relative Dichte von 1 wird der Volumenanteil der Granulate zu Null und  $\alpha$  wird unabhängig vom Faktor  $\beta$  zu 1 (Abbildung 16). Der experimentell ermittelte Verlauf des reinen Polyamids kann damit gut beschrieben werden (Abbildung 18).

Im Vergleich zu den Ergebnissen aus dem FEM-Mesomodell mit reibbehaftetem Kontakt zwischen Granulat und Matrix ist die Relaxation aus dem rheologischen Ersatzmodells etwas geringer. Eine Ursache für die erhöhte Relaxation im FEM-Mesomodell ist in der Diskretisierung der Kontaktfläche zu finden. Durch die Diskretisierung

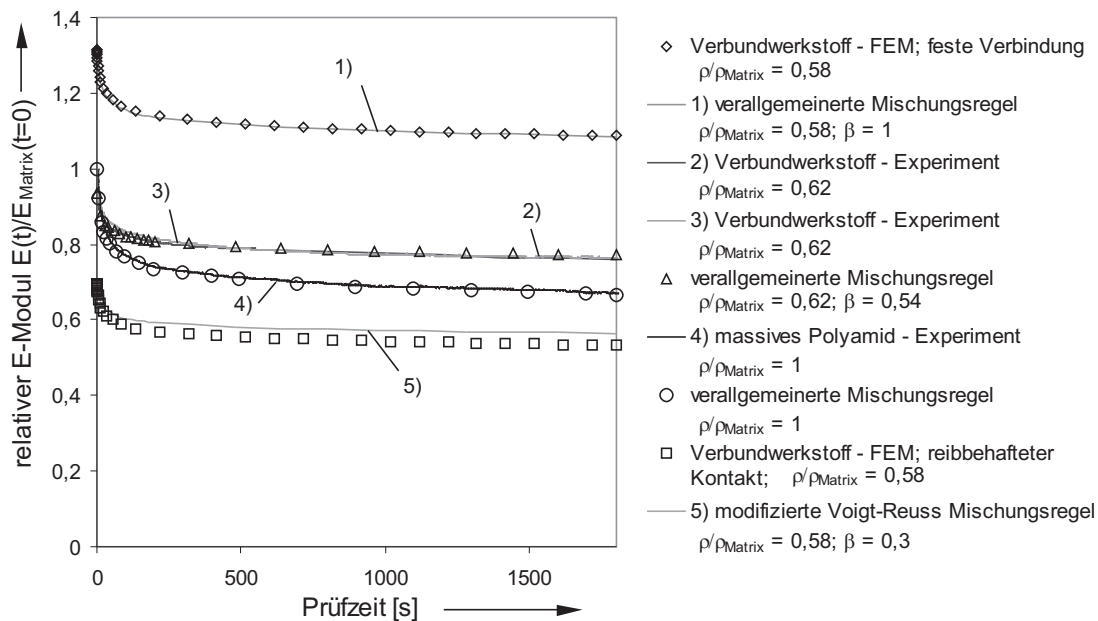


Abbildung 18: Vergleich der Ergebnisse für den zeitabhängigen relativen E-Modul aus Experiment, Numerik und rheologischem Ersatzmodell

der sphärischen Granulatoberfläche entstehen Ecken und Kanten, die in der Kontaktfläche (Penalty-Kontakt) zu Spannungsspitzen und damit zu erhöhter Relaxation führen. Durch die Relaxation verdrängen die Kanten und Ecken die Polyamidmatrix, dadurch dringt das Granulat in die Matrix ein. Dies bewirkt eine erhöhte Relaxation im FEM-Mesomodell.

Abbildung 18 zeigt, dass der zelluläre Kugelverbundwerkstoff mit einer relativen Dichte von 0,62 annähernd dieselbe Steifigkeit aufweist wie das massive Polyamid und weniger relaxiert als das massive Polyamid.

Mit dem vorgestellten rheologischen Ersatzmodell kann nicht nur das zeitabhängige Verhalten des Verbundwerkstoffes, sondern auch das des reinen Polyamidschaums beschrieben werden. Um die ursprüngliche Form der Mischungsregel zu erhalten, wird  $\beta = 1$  verwendet. Das Ersatzmodell für den reinen Polyamidschaum ist im Vergleich zu Öchsner et al. (2001) um die zeitabhängige Komponente erweitert. Für die Steifigkeit des eingeschlossenen Gases wird ein verschwindend kleiner Wert angenommen.

Um trotz des unterschiedlichen relativen E-Moduls die Relaxation des reinen Polyamidschaums mit der des massiven Polyamids und der des Verbundwerkstoffes vergleichen zu können, ist in Abbildung 19 nicht der relative E-Modul  $E(t)/E_{Matrix}(t = 0)$  dargestellt, sondern die normierte Steifigkeit  $E(t)/E(t = 0)$ .

Die experimentell und numerisch ermittelte Relaxation des Polyamidschaums kann mit dem rheologischen Ersatzmodell gut abgebildet werden (vgl. Abbildung 19). Ein Vergleich der Experimente für den Polyamidschaum und das massive Polyamid zeigt keine signifikante Veränderung im Relaxationsverhalten. Erst durch die Verwendung der Mineralschaumgranulate kann die Relaxation deutlich verringert werden. Damit hat der Verbundwerkstoff nicht nur bzgl. der Steifigkeit, sondern auch bzgl. des zeitabhängigen Verhaltens günstigere mechanische Eigenschaften als die Einzelkomponente Polyamid und ist somit ein echter Verbundwerkstoff.

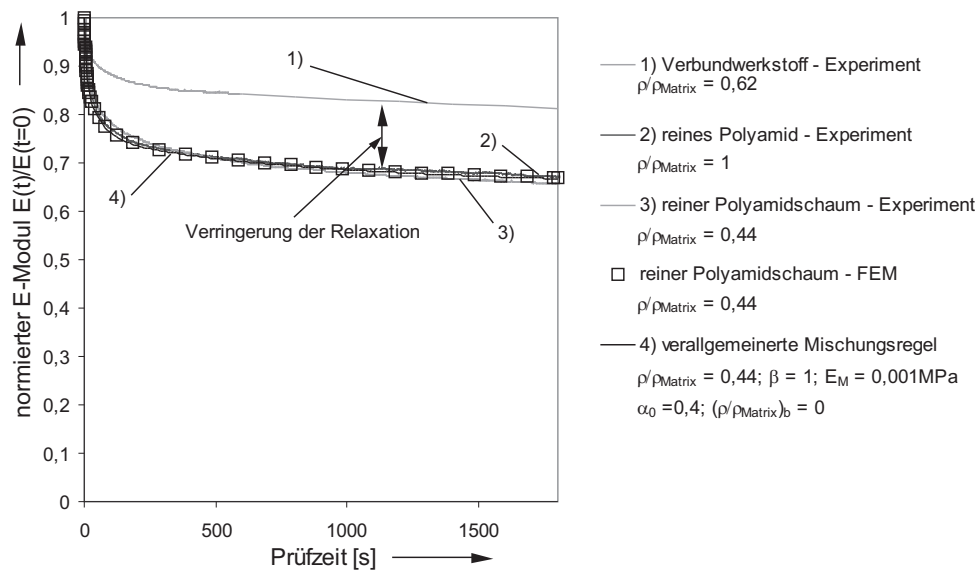


Abbildung 19: Vergleich des Relaxationsverhaltens zwischen Verbundwerkstoff und Polyamid bzw. Polyamidschaum

#### 4 Zusammenfassung

Die experimentelle Untersuchung des reinen Polyamids hat gezeigt, dass diese Komponente des Verbundwerkstoffes im untersuchten Bereich linear-viskoelastisches Materialverhalten aufweist. Dieses zeitabhängige Materialverhalten kann sowohl in der verwendeten FEM-Software (LS-DYNA implizit) als auch analytisch mit Hilfe eines generalisierten Maxwell-Element mit Federabschluss beschrieben werden. Die dazu nötigen Parameter stammen aus Relaxationsversuchen.

Ein FEM-Mesomodell und ein rheologisches Ersatzmodell beschreiben das zeitfreie Materialverhalten anhand des relativen E-Moduls des Verbundwerkstoffes in Abhängigkeit der relativen Dichte (Klaus et al. (2005)). Das rheologische Ersatzmodell basiert auf der Voigt-Reuss-Mischungsregel und wird für das zeitabhängige Materialverhalten erweitert.

Relaxationsversuche charakterisieren das zeitabhängige Materialverhalten des Verbundwerkstoffes. Im FEM-Mesomodell beschreibt ein linear-viskoelastisches Materialgesetz das Verhalten des Polyamids. Im rheologischen Ersatzmodell wird die zeitunabhängige Steifigkeit des Polyamids durch ein generalisiertes Maxwell-Element mit Federabschluss ersetzt. Es entstehen dadurch im Ersatzmodell keine weiteren freien Parameter. Das rheologische Ersatzmodell beschreibt sowohl die numerisch als auch die experimentell ermittelten Relaxationskurven des Verbundwerkstoffes gut. Dabei wird auch die Abhängigkeit der Steifigkeit von der relativen Dichte berücksichtigt. Das rheologische Ersatzmodell liefert ferner die Relaxationsfunktion  $R(t)$  für eine Beschreibung des linear-viskoelastischen Materialverhaltens über den Relaxationsversuch hinaus.

Mit Hilfe des rheologischen Ersatzmodells kann auch das experimentell und numerisch ermittelte zeitabhängige Verhalten eines reinen Polyamidschaums dargestellt werden. Dabei zeigt sich, dass die Relaxation des zellularen Verbundwerkstoffes nicht nur im Vergleich zu einem gewichtsgleichen Polyamidschaum, sondern auch gegenüber dem massiven Polyamid deutlich geringer ist. Damit hat der Verbundwerkstoff nicht nur bezüglich der Steifigkeit, sondern auch bezüglich des zeitabhängigen Verhaltens günstigere gewichtsbezogene mechanische Eigenschaften als die Einzelkomponente Polyamid und ist somit ein echter Verbundwerkstoff.

#### 5 Danksagung

Die vorgestellten Untersuchungen wurden im Rahmen des laufenden Projektes IMVAL (Innovative Mineral-schaum Verbund Applikationen für den Leichtbau) durchgeführt. Die Autoren danken dem Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie, sowie allen beteiligten Partnern für die Unterstützung dieses Projektes im Rahmen des Förderprogramms InnoNet.

## Literatur

- Backhaus, G.: *Deformationsgesetze*. Akademie-Verlag (1983).
- Godehardt, M.: Analyse tomographischer Aufnahmen von Polyamidmatrizen mit keramischen Granulaten. Prüfbericht Fraunhofer ITWM (2004).
- Greiner, R.: Technische Eigenschaften. In: W. Becker; D. Braun, eds., *Kunststoffhandbuch Bd. 3 Polyamide*, Hanser Verlag (1998).
- Gupta, N.: *Charakterization of syntactic foams and their sandwich composites: modeling and experimental approaches*. Ph.D. thesis, Louisiana State university (2003).
- Key, S. W.: HONDO - A Finite Element Computer Program for the Large Deformation Dynamic Response of Axisymmetric Solids. Rept. 74-0039, Sandia National Laboratories, Albuquerque (1974).
- Klaus, H.; Huber, O.: Experimentelle und numerische Untersuchung des Verbundwerkstoffes „Mineralschaumgranulate in Polyamidmatrix“ für kleine Deformationsgeschwindigkeiten. In: O. Huber; M. Bicker, eds., *2. Landshuter Leichtbau-Colloquium - Leichtbau als interdisziplinäre und brachenübergreifende Herausforderung*, LC Verlag (2005).
- Klaus, H.; Huber, O.; Kuhn, G.: Lightweight Potential of Novel Cellular Spherical Composites. *Advanced Engineering Materials*, 7, 12, (2005), 1117 – 1124.
- Neilsen, M. K.; Morgan, H. S.; Krieg, R. D.: A Phenomenological Constitutive Model for Low Density Polyurethan Foams. SANDIA Report SAND86-2927, Sandia National Laboratories, Albuquerque (1987).
- Öchsner, A.; Winter, W.; Kuhn, G.: Elastic-plastic Behaviour of Perforated Aluminium under Tension and Compression. *Technische Mechanik*, 21, 2, (2001), 101 – 108.

---

*Address:* H. Klaus Dipl.-Ing. (FH), Prof. Dr.-Ing. O. Huber, Kompetenzzentrum Leichtbau, Fachhochschule Landshut, Am Lurzenhof 1, 84036 Landshut, Germany, Prof. Dr.-Ing. habil. G. Kuhn, Lehrstuhl für Technische Mechanik, Universität Erlangen-Nürnberg, Egerlandstr. 5, 91058 Erlangen, Germany  
email: hklaus@fh-landshut.de