# Identifikation der Materialparameter eines viskoplastischen Materialmodells vom Überspannungstyp für den Einsatzstahl 20MoCrS4

S. Panhans, R. Kreißig, S. Meinel

Die für den Einsatzstahl 20MoCrS4 vorliegenden experimentellen Ergebnisse, welche bei der weggesteuerten zyklischen und proportionalen Belastung dünnwandiger Rohrproben erzielt wurden, dienen als Basis für die Bestimmung der Parameter eines Materialmodells vom Überspannungstyp nach Chaboche/Rousselier mit isotroper und kinematischer Verfestigung. Zur Lösung der inversen Aufgabe wird das deterministische Optimierungsverfahren nach Levenberg-Marquardt im Zusammenhang mit der semianalytischen Berechnung der Ableitungen der Zielfunktion nach den Parametern eingesetzt. Anschließend erfolgen eine Simulation der Experimente mit dem FEM-Programm LS-DYNA unter Verwendung der ermittelten Parameter und der Vergleich mit den Primärdaten.

# 1 Einleitung

Bei der numerischen Simulation von Strukturen und Prozessen spielt die Modellierung des mechanischen Werkstoffverhaltens eine wichtige Rolle. So hängen die Zuverlässigkeit und Qualität der Ergebnisse u.a. davon ab, wie gut das tatsächliche Materialverhalten mit dem verwendeten Materialmodell beschrieben wird.

In den vergangenen Jahren wurde auf dem Gebiet der Modellierung des inelastischen Materialverhaltens eine intensive Forschung betrieben. Bei einem geschwindigkeitsabhängigen Materialverhalten erlauben die sogenannten vereinheitlichten Modelle eine genügend genaue Beschreibung (Steck u. a. (2001); Streilein (1997)). Diese Modelle sind dadurch gekennzeichnet, dass zwischen den spontan-plastischen und den viskosen Verzerrungsanteilen nicht unterschieden wird.

Da die inverse Aufgabe der Parameteridentifikation auf die Lösung eines Optimierungsproblems zurückgeführt wird, ist eine Reihe von Vorwärtsrechnungen erforderlich, an deren Genauigkeit hohe Anforderungen gestellt werden müssen. Von den deterministischen Optimierungsverfahren wird die bewährte Methode nach Levenberg/Marquardt eingesetzt, wobei die benötigten partiellen Ableitungen der Zielfunktion nach den Parametern semianalytisch berechnet werden.

Zur Auswertung stehen experimentelle Ergebnisse zur Verfügung, die an dünnwandigen Rohrproben aus dem Einsatzstahl 20MoCrS4 bei weggesteuerter zyklischer und proportionaler Belastung gemessen wurden (Neugebauer (1998 und 2001)).

Einige kommerzielle FEM-Programme wie z.B. LS-DYNA bieten die Möglichkeit, Feldprobleme auf der Basis des Materialmodells von Chaboche/Rousselier zu lösen. Es erschien deshalb sinnvoll, die verfügbaren Experimente unter Verwendung der identifizierten Parameter mit dem Programm LS-DYNA zu simulieren, um einen Vergleich dieser Resultate mit den Primärdaten zu ermöglichen.

## 2 Materialmodell, Anfangswert-Problem

Die für den Einsatzstahl 20MoCrS4 vorliegenden experimentellen Ergebnisse wurden bei sehr kleinen Deformationsgeschwindigkeiten (Vergleichsdeformationsgeschwindigkeit  $\dot{\varepsilon}_v = 0,003s^{-1}$ ) aufgenommen. Da die weiteren Untersuchungen bei größeren Geschwindigkeiten erfolgen sollen, werden die zur Auswertung erforderlichen Grundlagen für das viskoplastische Materialmodell vom Überspannungstyp nach Chaboche und

Rousselier (1983a und b) aufbereitet (s. a. Hartmann u. a. (1997); Lemaitre und Chaboche (1990); Streilein (1997)).

Wie bei den Experimenten erfolgt im Weiteren eine Beschränkung auf isotherme Vorgänge sowie kleine Verzerrungen. Die Gesamtverzerrungsrate wird additiv in einen elastischen und einen inelastischen Anteil zerlegt.

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^{el} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{in} \tag{1}$$

Der elastische Anteil mit Eijkl als Elastititätstensor genügt dem Hookeschen Gesetz

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{el} = E_{ijkl}^{-1} \dot{\sigma}_{kl} \tag{2}$$

Die Grenze des elastischen Bereichs wird durch die Fließbedingung nach v. Mises festgelegt.

$$f_M = \frac{3}{2} s_{kl}^{ef} s_{kl}^{ef} - (K+k)^2 = 0$$
(3)

Darin stellen

$$s_{kl}^{e_j} = s_{kl} - \alpha_{kl} \tag{4}$$

die effektiven Deviatorspannungen dar, während  $s_{kl}$  die Deviatorspannungen,  $\alpha_{kl}$  die Rückspannungen, k die zyklische Anfangsfließgrenze und K die isotrope Verfestigung bezeichnen. Im Falle der Viskoplastizität tritt plastisches Fließen nur bei Verletzung der Fließbedingung um die Überspannung

$$\sigma_{ex} = \sqrt{\frac{3}{2} s_{kl}^{ef} s_{kl}^{ef}} - (K+k) > 0 \tag{5}$$

auf. Der inelastische Verzerrungsanteil wird mit der assoziierten Fließregel

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{in} = \dot{p} \left( \sigma_{ex} \right) \frac{\partial \sigma_{ex}}{\partial s_{ij}^{ef}} \tag{6}$$

beschrieben, in welcher der Proportionalitätsfaktor

$$\dot{p}(\sigma_{ex}) = \left\langle \frac{\sigma_{ex}}{D} \right\rangle^n \tag{7}$$

von der Überspannung abhängt. Definitionsgemäß ist die eckige Klammer dann gleich null, wenn

$$\sigma_{ex} \le 0 \tag{8}$$

gilt. Für die isotrope und die kinematische Verfestigung stehen die folgenden Entwicklungsgleichungen zur Verfügung:

$$\dot{K} = b_k \left( Q_k - K \right) \dot{p} \left( \sigma_{ex} \right) \tag{9}$$

$$\dot{\alpha}_{ij}^{(m)} = b_{\alpha}^{(m)} \left( \frac{2}{3} \mathcal{Q}_{\alpha}^{(m)} \dot{\varepsilon}_{ij}^{in} - \dot{p} \left( \sigma_{ex} \right) \alpha_{ij}^{(m)} \right)$$
(10)

Letztere sind vom Armstrong-Frederick-Typ. Die kinematische Verfestigung kann durch eine vorgegebene Anzahl von *w* Summanden beschrieben werden.

$$\alpha_{ij} = \sum_{m=1}^{w} \alpha_{ij}^{(m)} \tag{11}$$

Wenn für elastisch isotropes Verhalten der Elastizitätsmodul E und die Querdehnzahl  $\nu$  separat ermittelt werden und damit bekannt sind, lautet der Vektor der zu bestimmenden inelastischen Materialparameter

$$\mathbf{p} = \left\{ k \quad n \quad D \quad b_k \quad Q_k \quad b_\alpha^{(m)} \quad Q_\alpha^{(m)} \right\}^{\mathrm{T}}$$

Bei den dargestellten konstitutiven Gleichungen handelt es sich um ein gewöhnliches Differentialgleichungssystem 1. Ordnung bezüglich der Zeit t mit der algebraischen Ungleichungsnebenbedingung (5). Im Weiteren wird dafür die kompakte Darstellung

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{F}(t, \mathbf{z}(t)) \tag{12}$$

verwendet. Der Vektor z der unbekannten Zustandsgrößen besitzt bei weggesteuerter Versuchsführung die Form

$$\mathbf{z} = \left\{ \boldsymbol{\sigma}_{ij} \quad \boldsymbol{\alpha}_{ij}^{(m)} \quad \boldsymbol{K} \right\}^{\mathrm{T}}.$$

Für die numerische Integration von (12) kommt in Auswertung der dazu vorliegenden Erfahrungen (Steck u.a. (2001); Streilein (1997)) das Prädiktor-Korrektor-Verfahren nach Heun mit Zeitschrittweitensteuerung zum Einsatz. Es gehört bei Berücksichtigung nur eines Korrektorschrittes zu den expliziten zweistufigen Runge-Kutta-Verfahren. Werden mehrere Korrektorschritte verwendet, lässt es sich als Vorschrift zur Fixpunktiteration für die Trapezmethode interpretieren (Schwarz (1993)). Das Verfahren setzt sich aus dem Prädiktorschritt (= Startwert der Iteration)

$$\mathbf{z}_{j+1}^{[0]} = \mathbf{z}_j + \Delta t_{j+1} \mathbf{F}(t_j, \mathbf{z}_j)$$
(13)

mit

$$\Delta t_{j+1} = t_{j+1} - t_j, \quad j = 0,1,\dots$$

und einem oder mehreren Korrektorschritten

$$\mathbf{z}_{j+1}^{[\nu]} = \mathbf{z}_{j} + \frac{\Delta t_{j+1}}{2} \left( \mathbf{F}(t_{j}, \mathbf{z}_{j}) + \mathbf{F}(t_{j+1}, \mathbf{z}_{j+1}^{[\nu-1]}) \right), \quad \nu = 1, 2, \dots$$
(14)

zusammen. Zu Beginn der Integration sind alle Zustandsgrößen

$$\mathbf{z}_0 = \mathbf{z}(t_0)$$

gleich null. Die adaptive Zeitschrittweitensteuerung basiert auf der Fehlerabschätzung

$$e_{act} = \left\| \mathbf{z}_{j+1}^{[0]} - \mathbf{z}_{j+1}^{[\nu]} \right\| \le e_{tol} , \qquad (15)$$

wobei die Näherungslösung akzeptiert wird, wenn die obige Bedingung mit  $e_{act}$  als dem aktuellen Fehler und  $e_{tol}$  als dem zulässigen Fehler erfüllt ist. Anderenfalls wird der aktuelle Zeitschritt in Abhängigkeit vom Verhältnis  $e_{act}/e_{tol}$  in mehrere Zeitschritte unterteilt, für welche die Berechnung dann neu erfolgt. Damit wird quasi eine einheitliche Schrittweite verwendet, welche nur an kritischen Stellen eine Unterteilung erfährt.

#### 3 Parameteridentifikation

Die inverse Aufgabe der Parameteridentifikation wird auf ein Optimierungsproblem zurückgeführt. Wegen der Messfehler erweist sich dabei eine Zielfunktion  $\chi$  in Form der Quadratsummennorm als sachgemäß.

$$\Phi\left(\mathbf{p}\right) = \frac{1}{2} \left(\mathbf{y}(\mathbf{p}) - \hat{\mathbf{y}}\right)^{\mathrm{T}} \left(\mathbf{y}(\mathbf{p}) - \hat{\mathbf{y}}\right) = \frac{1}{2} \mathbf{r}^{\mathrm{T}} \left(\mathbf{p}\right) \mathbf{r} \left(\mathbf{p}\right)$$
(16)

Hier stellen  $\hat{\mathbf{y}}$  die Messwerte und  $\mathbf{y}(\mathbf{p})$  die zu berechnenden Vergleichswerte dar. Es wird keine Wichtung der Messwerte vorgenommen. Ebenso wird auf eine Regularisierung verzichtet. Da Proben mit homogenen Spannungen und Verzerrungen im Messgebiet ausgewertet werden (vgl. Abschnitte 4 und 5), erfolgt die Ermittlung der Vergleichsgrößen durch die numerische Integration der Materialgleichungen (Lösung eines Anfangswert-Problems). Bei der Auswertung der an dünnwandigen Rohrproben durchgeführten Experimente stellen die Längsspannung  $\sigma_{11}$  und die Torsionsschubspannung  $\sigma_{12}$  die Vergleichsgrößen  $\mathbf{y}(\mathbf{p})$  dar.

Bei der Parameteridentifikation haben sich deterministische Optimierungsverfahren bewährt (Benedix (2000); Mahnken (1998)). Ihre Anwendung erfordert die Kenntnis des Gradienten der Zielfunktion

$$\nabla \Phi(\mathbf{p}) = \mathbf{J}^{\mathrm{T}}(\mathbf{p})\mathbf{r}(\mathbf{p}). \tag{17}$$

Da in den Wert der Zielfunktion die numerisch bestimmten Vergleichsgrößen eingehen, lässt sich die Jacobi-Matrix

$$\mathbf{J}(\mathbf{p}) = \{\mathbf{J}_{km}(\mathbf{p})\} = \left\{\frac{\partial r_k}{\partial p_m}\right\}$$
(18)

auf analytischem Weg nicht bilden. Im Zusammenhang mit der numerischen Integration der Materialgleichungen ist es jedoch möglich, die erforderlichen Ableitungen am Ende eines jeden Lastschritts direkt zu berechnen. Gegenüber der numerischen Differentiation besitzt die als semianalytische oder interne numerische Differentiation bezeichnete Vorgehensweise die Vorteile eines geringeren numerischen Aufwands und einer größeren Genauigkeit (vgl. Benedix (2000); Mahnken (1998); Schwarz (1993); Thielecke (1998)). Der beschriebene Vorgang wird auch als Sensitivitätsanalyse bezeichnet.

Wie die semianalytische Differentiation konkret erfolgt, hängt davon ab, mit welcher Methode die numerische Integration der Materialgleichungen durchgeführt wird (Bock (1987); Thielecke (1998)). Bei der Verwendung des Prädiktor-Korrektor-Verfahrens nach Heun (vgl. Abschn. 2, Gl. (14)) wird für die partielle Ableitung der Zustandsgrößen z=z(p) nach den Materialparametern **p** das Ergebnis

$$\frac{\partial \mathbf{z}_{j+1}}{\partial \mathbf{p}} = \left(1 - \frac{\partial \mathbf{F}_{j+1}}{\partial \mathbf{z}_{j+1}} \frac{\Delta t_{j+1}}{2}\right)^{-1} \left( \left(1 + \frac{\partial \mathbf{F}_j}{\partial \mathbf{z}_j} \frac{\Delta t_{j+1}}{2}\right) \frac{\partial \mathbf{z}_j}{\partial \mathbf{p}} + \frac{\Delta t_{j+1}}{2} \left(\frac{\partial \mathbf{F}_j}{\partial \mathbf{p}} + \frac{\partial \mathbf{F}_{j+1}}{\partial \mathbf{p}}\right) \right)$$
(19)

erhalten. Alle auf der rechten Seite der Gleichung (19) vorkommenden Ableitungen von F sind analytisch ausführbar. Mit den vom letzten Lastschritt *j* bekannten Ableitungen  $\partial \mathbf{z}_j / \partial \mathbf{p}$  stehen damit auch die Ableitungen der Zustandsgrößen nach den Parametern im neuen Lastschritt *j*+1 zur Verfügung.

In den Arbeiten von Benedix (2001) und Mahnken (1998) wird die semianalytische Sensitivitätsanalyse im Zusammenhang mit der impliziten Integration der Materialgleichungen auf der Grundlage von Einschrittverfahren bei konstanter Schrittweite realisiert. Das sich ergebende nichtlineare Gleichungssystem wird iterativ mit dem Newton-Verfahren gelöst, wobei die hier entstehende Systemmatrix des ausiterierten Zustands auch für die semianalytische Sensitivitätsanalyse benötigt wird. Erfolgt die Sensitivitätsanalyse in Verbindung mit dem Prädiktor-Korrektor-Verfahren nach Heun, wird diese Matrix mit den Ergebnissen der Integration des aktuellen Lastschritts aufgebaut und für die Bestimmung der Ableitungen genutzt.

Mit deterministischen Optimierungsverfahren wird entsprechend

$$\mathbf{p}^{l+1} = \mathbf{p}^l + a\,\mathbf{s}^l \tag{20}$$

eine Folge von sinkenden Zielfunktionswerten erzeugt. Wird das bewährte Levenberg-Marquardt-Verfahren eingesetzt, gilt für den Vektor der Suchrichtung

$$\mathbf{s}^{l} = \left(\mathbf{J}^{\mathrm{T}}(\mathbf{p}^{l})\mathbf{J}(\mathbf{p}^{l}) + \mu \mathbf{1}\right)^{-1} \left(-\nabla \Phi(\mathbf{p}^{l})\right)$$
(21)

und für die Schrittweite a = 1. Dabei wird  $\mu$  in (21) so festgelegt, dass  $s^{l}$  innerhalb eines Vertrauensbereichs mit dem Radius  $\delta$  liegt (vgl. Benedix (2000)). Zu Beginn der Iteration ergeben sich i.A. große Werte von  $\mu$ . Damit überwiegt die Methode des steilsten Abstiegs. Im Laufe der Iteration wird  $\mu$  kleiner, so dass sich die Methode dem Gauß-Newton-Verfahren nähert. Das von Benedix entwickelte Optimierungsprogramm (Benedix (2000)) konnte mit wenigen Änderungen übernommen werden. Es war lediglich ein Austausch der vom Integrationsverfahren abhängenden Jacobi-Matrix erforderlich.

#### 4 Auswertung der Experimente

Der Elastizitätsmodul E = 205000 MPa und die Querdehnzahl v = 0,3 wurden separat ermittelt. Die für die Auswertung verfügbaren experimentellen Ergebnisse wurden bei Raumtemperatur an dünnwandigen Rohrproben aus dem Einsatzstahl 20MoCrS4 aufgenommen (Neugebauer (1998 und 2001)). Es erfolgte eine weggesteuerte zyklische und proportionale Belastung für die Fälle Zug/Druck mit  $\varepsilon = \varepsilon_{11}$  sowie wechselnde Torsion mit  $\gamma = 2\varepsilon_{12}$  (vgl. die Belastungszyklen im Bild 1). Für die Parameteridentifikation wurde nur der Sättigungszustand verwendet (s. Abschn. 5, Bild 6 bis 9).



Bild 1. Zyklische Beanspruchung, Verzerrungs-Zeit-Verläufe

Der Vektor der Materialparameter des Chaboche-Modells mit w = 1 in der Gleichung (11) lautet

 $\mathbf{p} = \left\{ k \quad n \quad D \quad b_k \quad Q_k \quad b_\alpha \quad Q_\alpha \right\}^{\mathrm{T}},$ 

während der Vektor der Zustandsgrößen für die obigen Versuche die spezielle Form

$$\mathbf{z} = \left\{ \boldsymbol{\sigma}_{11} \quad \boldsymbol{\sigma}_{12} \quad K \quad \boldsymbol{\alpha}_{11} \quad \boldsymbol{\alpha}_{12} \right\}^{\mathrm{T}}$$

annimmt. Dabei gelten für die Spannungen die Zusammenhänge

$$\sigma_{11} = \frac{3}{2} \left( s_{11}^{ef} + \alpha_{11} \right) \tag{22}$$

$$\sigma_{12} = s_{12}^{e_j} + \alpha_{12} \tag{23}$$

Im Rahmen der Sensitivitätsanalyse wurden die benötigten Ableitungen entsprechend

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial \mathbf{p}} = \frac{3}{2} \left( \frac{\partial s_{11}^{ef}}{\partial \mathbf{p}} + \frac{\partial \alpha_{11}}{\partial \mathbf{p}} \right)$$
(24)

$$\frac{\partial \sigma_{12}}{\partial \mathbf{p}} = \frac{\partial s_{12}^{ef}}{\partial \mathbf{p}} + \frac{\partial \alpha_{12}}{\partial \mathbf{p}}$$
(25)

berechnet. Ein Teil der Startwerte der Materialparameter konnte durch die grafische Auswertung der Messdaten festgelegt werden, die restlichen wurden abgeschätzt. Durch die teilweise auftretende Korrelation zwischen einzelnen Parametern wurde die Identifikation erheblich erschwert. Über die Bildung von Parametergruppen und die geeignete Festlegung einiger Parameter (Mohr (1999); Streilein (1997)) gelang es jedoch, die Aufgabe erfolgreich zu lösen. So war die Festlegung der Parameter D und n wegen des Fehlens von Versuchen mit deutlich unterschiedlichen Deformationsgeschwindigkeiten erforderlich. Da für die Parameteridentifikation nur der Sättigungszustand zur Verfügung stand, war auch die Wahl der Parameter  $b_k$  und  $Q_k$  der isotropen Verfestigung notwendig. Zusammen mit den der Literatur (Streilein 1997) für den Werkstoff St52 entnommenen Werten von D und n wurde insgesamt eine gute Anpassung an das Experiment erreicht. In der Tabelle 1 sind die identifizierten Materialparametersätze enthalten.

Nr.	Parametersatz	k	п	D	$b_k$	$Q_k$	$b_{\alpha}$	$Q_{lpha}$
	aus	[MPa]	[-]	$[Mpa \cdot s^{1/n}]$	[-]	[MPa]	[-]	[MPa]
	Experiment							
1	Zug/Druck	278,5	3,6	1,5	130	10	230	151
	(Bild 1a)							
2	Torsion, wech-	232	3,6	1,5	130	10	224,5	167,8
	selnd (Bild 1b)							
3	aus 1 u. 2 bei	249,1	3,6	1,5	130	10	226,1	161,5
	Mehrzielansatz							

Tabelle 1. Materialparametersätze

### 5 Numerische Untersuchungen mit den Programmen MARC und LS-DYNA

Zunächst wurden mit dem FEM-Programm MARC Untersuchungen zur Homogenität der Spannungen und Verzerrungen im Messgebiet der eingesetzten Proben (Neugebauer (1998 und 2001), vgl. Bild 2) durchgeführt. Obwohl das Programm MARC das Materialmodell von Chaboche zum Zeitpunkt der Untersuchungen noch nicht enthält, wurde es im Zusammenhang mit der kombinierten Verfestigung (Fließbedingung nach v. Mises, keine Geschwindigkeitsabhängigkeit) für diese Analysen gegenüber dem Programm LS-DYNA wegen der größeren Stabilität der Ergebnisse bevorzugt. In den Bildern 2 und 3 sind die Abmessungen der Rohrprobe und die FEM-Diskretisierung dargestellt.



Bild 2. Abmessungen der Rohrprobe

Bei einer wechselnden Zug-Druck-Belastung entstehen infolge der Probengeometrie zusätzliche Biegespannungen im plastischen Bereich, so dass bei vollständiger Entlastung Eigenspannungen auftreten. Diese wirken sich besonders bei einer Änderung der Belastungsrichtung (zyklische Versuche) negativ auf die Homogenität der Beanspruchung aus. Dehnungen oder Stauchungen von etwa 3 % verursachen bereits eine Inhomogenität der Normalspannung in Längsrichtung der Probe von bis zu 20 %, die weit in den zylindrischen Teil reicht (vgl. Bild 4).



Bild 3. FEM-Diskretisierung einer halben Rohrprobe



Bild 4. Verteilung der Normalspannung in Längsrichtung der Rohrprobe

In der Mitte der Probe verbleibt jedoch ein nahezu ungestörtes Gebiet, welches sich für eine lokale Auswertung eignet. Wird dagegen die Torsion der Rohrprobe betrachtet, ist die Inhomogenität der Verteilung der Torsionsschubspannung bei den aufgebrachten Deformationsamplituden von  $\gamma_{max} = 0,025$  vernachlässigbar (vgl. Bild 5).



Bild 5. Verteilung der Torsionsschubspannung

Hier besteht also die Möglichkeit, zur genaueren Messung des Torsionswinkels nahezu den gesamten zylindrischen Bereich der Rohrprobe zu nutzen.

Das FEM-Programm LS-DYNA mit expliziter Zeitintegration, welches die Materialgleichungen von Chaboche (Materialmodell 103; s. LS-DYNA (2001) sowie Hopperstad und Remseth (1995)) enthält, wird auch für die Untersuchung von komplizierten Feldproblemen eingesetzt. Um mit LS-DYNA eine ausreichende Qualität der Lösung auch für die tatsächliche Probengeometrie (Bild 2) zu erhalten, waren sehr kleine Zeitschritte erforderlich, welche nach wenigen Belastungszyklen zu einem Abwandern der Ergebnisse infolge der Akkumulation von Fehlern führten. Die Nachbildung der Experimente erfolgte deshalb an vereinfachten Proben unter Verwendung der identifizierten Parameter entsprechend der Tabelle 1. In den Bildern 6 und 7 sind die Experimente (Sättigungskurve), der letzte Schritt der Parameteridentifikation (Integration der Materialgleichungen mit dem Verfahren nach Heun) und die Ergebnisse von LS-DYNA gegenübergestellt. Bei dem vereinfachten Problem (homogener Zustand) und der geringen Deformationsgeschwindigkeit war die numerische Stabilität trotz des kleinen Wertes von *D* gewährleistet.



Bild 6. Gegenüberstellung der Sättigungshysteresen bei Zug/Druck-Beanspruchung



Bild 7. Gegenüberstellung der Sättigungshysteresen bei wechselnder Torsions-Beanspruchung

Den Bildern 6 und 7 ist zu entnehmen, dass die Simulation der Experimente auf der Grundlage der konstitutiven Gleichungen (1) bis (11) bei w = 1 (Berechnung) und des Materialmodells 103 (LS-DYNA) unter Verwendung der identifizierten Parameter laut Tabelle 1 (Simulation) gut übereinstimmt. Gegenüber dem Experiment treten Abweichungen beim elastisch-plastischen Übergang auf, die sich mittels einer detaillierteren Modellierung der kinematischen Verfestigung (w>1, vgl. (10) und (11)) verringern ließen. Der Informationsgehalt der verfügbaren Experimente reicht dazu aber nicht aus.



Bild 8. Gegenüberstellung der Sättigungshysteresen bei Zug/Druck-Beanspruchung, berechnet mit den Parametersätzen lt. Tabelle1



Bild 9. Gegenüberstellung der Sättigungshysteresen bei wechselnder Torsions-Beanspruchung, berechnet mit den Parametersätzen It. Tabelle1

Wird der Zug-Druck-Versuch mit den aus dem Torsionsversuch identifizierten Parametern nachgebildet, dann sind die berechneten Spannungen kleiner als im Experiment (Bild 8). Umgekehrte Verhältnisse treten bei der Simulation der Torsion mit den Parametern des Zug-Druck-Versuchs auf (Bild 9). Die Verwendung von Parametern (vgl. Tabelle 1, Nr.3), die durch Minimierung einer multikriteriellen Zielfunktion (gemeinsame Auswertung beider Experimente) erhalten wurden, führt auf eine etwa gleich gute Anpassung der Zug-Druck-und Torsionsversuche. Auf eine unterschiedliche Bewertung der beiden Experimente musste verzichtet werden,

weil die in den Versuchen verschieden großen Messfehler quantitativ nicht vorlagen, so dass eine sachgemäße Wichtung der Teilzielfunktionen nicht möglich war.

#### 6 Zusammenfassung

Für den Einsatzstahl 20MoCrS4 erfolgte die Auswertung zyklischer Zug-Druck- sowie Torsionsversuche an Rohrproben. Zur Bestimmung der Parameter eines viskoplastischen Materialmodells nach Chaboche/Rousselier diente eine Zielfunktion in Form der Quadratsummennorm der Differenzen von Mess- und numerisch ermittelten Vergleichswerten als Basis. Diese Zielfunktion wurde erfolgreich mit dem deterministischen Optimierungsverfahren von Levenberg-Marquardt unter Einsatz der halbanalytischen Berechnung der Ableitungen nach den Materialparametern minimiert.

Die auf der Grundlage des Materialmodells von Chaboche und der verfügbaren Experimente identifizierten Parameter wurden für die anschließende Simulation des Sättigungszustandes unter Einsatz des FEM-Programms LS-DYNA verwendet. Mit dem darin enthaltenen vergleichbaren Materialmodell wurden Ergebnisse erzielt, die jenen der eigenen Berechnung gut entsprechen.

#### Literatur

- Benedix, U.: Parameterschätzung für elastisch-plastische Deformationsgesetze bei Berücksichtigung lokaler und globaler Vergleichsgrößen. Dissertation, TU Chemnitz, Institut für Mechanik, Bericht 4/2000.
- Bock, H.G.: Randwertprobleme zur Parameteridentifizierung in Systemen nichtlinearer Differentialgleichungen. Bonner Mathematische Schriften, Nr. 183 (1987).
- Chaboche, J.L.; Rousselier, G.: On the Plastic and Viscoplastic Constitutive Equations, Part \* : Rules Developed with Internal Variable Concept. *Journal of Pressure Vessel Technology, ASME*, 105, (1983a), 153-158.
- Chaboche, J. L.; Rousselier, G.: On the Plastic and Viscoplastic Constitutive Equations, Part \*\*: Application of Internal Variable Concept to the 316 Stainless Steel. *Journal of Pressure Vessel Technology, ASME*, 105, (1983b), 159-164.
- Hartmann, St.; Lührs, G.; Haupt, P.: An Efficient Stress Algorithm with Applications in Viscoplasticity and Plasticity. *International Journal for Numerical Methods in Engeneering*, 40, (1997), 991 1013.
- Hopperstad, O.S.; Remseth, S.: A Return Mapping Algorithm for a Class of Cyclic Plasticity Models. Int. Journal for Numerical Methods in Engineering, 38, (1995), 549-564.
- Lemaitre, J.; Chaboche J. L.: Mechanics of solid materials. University Press, Cambridge, 1990.
- LS-DYNA: Keyword user's manual. Livermore Software Technology Corporation, Vol. II, March 2001.
- Mahnken, R.: Theoretische und numerische Aspekte zur Parameteridentifikation und Modellierung bei metallischen Werkstoffen, Habilitationsschrift. Forschungs- und Seminarberichte aus dem IBNM der Universität Hannover, Nr. F 98/2, 1998.
- Mohr, R.: Modellierung des Hochtemperaturverhaltens metallischer Werkstoffe. Dissertation, TU Hamburg-Harburg, 1999.
- Neugebauer, R. (Hrsg.): "Prozessketten der Massivumformung unter Aspekten der Produktivität und Umweltverträglichkeit", Arbeits- und Ergebnisbericht. 1995-1996-1997-1998. TU Chemnitz, 1998.
- Neugebauer, R. (Hrsg.): "Prozessketten der Massivumformung unter Aspekten der Produktivität und Umweltverträglichkeit", Arbeits- und Ergebnisbericht. 1999-2001. TU Chemnitz, 2001.
- Schwarz, M.R.: Numerische Mathematik. B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart, 1993.

- Steck, E.; Ritter, R.; Peil, U.; Ziegenbein, A. (Hrsg.): Plasticity of Metals: Experiments, Models, Computation, Final Report of the Collaborative Research Centre 319 "Stoffgesetze für das inelastische Verhalten metallischer Werkstoffe, Entwicklung und technische Anwendung",1985-1996. WILEY-VCH, Weinheim, 2001.
- Streilein, Th.: Erfassung formativer Verfestigung in viskoplastischen Stoffmodellen. Dissertation, Institut für Statik der TU Braunschweig, 1997.
- Thielecke, F.: Parameteridentifizierung von Simulationsmodellen für das viskoplastische Verhalten von Metallen – Theorie, Numerik, Anwendung. Dissertation, TU Braunschweig, Braunschweiger Schriften zur Mechanik, Nr. 34, 1998.

*Addresse:* Dipl.-Ing. Sonja Panhans, Prof. Dr.-Ing. Reiner Kreißig und Dr.-Ing. Stefan Meinel, Institut für Mechanik, Technische Universität Chemnitz, D-09107 Chemnitz.

e-mail: sonja.panhans@mb.tu-chemnitz.de, reiner.kreissig@mb.tu-chemnitz.de, stefan.meinel@mb.tu-chemnitz.de