

SIMULATION: DAS VIRTUELLE LABOR

Graham Horton

Mit der wachsenden Verbreitung und Rechenleistung von Computern und den dazu gehörenden Methoden und Programmen hat sich die Simulation zu einem wichtigen Werkzeug in nahezu allen Zweigen von Naturwissenschaft und Technik entwickelt. Heute können viele natürliche, technische und wirtschaftliche Prozesse im „virtuellen Labor“ der Computersimulation untersucht werden. An der Fakultät für Informatik der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg besteht seit 1985 eine Arbeitsgruppe, die sich mit Fragen der Simulation beschäftigt. In diesem Beitrag wird das Fachgebiet der Simulation aus der Perspektive der Informatik kurz dargestellt, und es wird als Beispiel für eine wichtige und weit verbreitete Simulationsaufgabe die Modellierung mit Markovketten beschrieben. Schließlich wird die Arbeit des Lehrstuhls für Simulation in Forschung und Lehre beschrieben, und es wird ein eigener Forschungsbeitrag zur Lösung von Markovketten präsentiert.

WAS IST SIMULATION?

Unter Simulation versteht man in der Wissenschaft die Nachbildung eines realen Objektes oder Vorganges als Modell und die Nutzung dieses Modells an Stelle des Originals. Ein Beispiel dafür ist der maßstabsgetreue Nachbau eines Flugzeugs für ein Experiment im Windkanal. Seit dem Siegeszug des Rechners als technisches Werkzeug werden solche Modelle jedoch in der Regel nicht mehr physikalisch, sondern virtuell in Form von Computerprogrammen realisiert und benutzt.

Das in der Öffentlichkeit wahrscheinlich bekannteste Beispiel für eine Simulation durch einen Computer ist die Wettervorhersage. Die Prognose über das Wetter für den kommenden Tag, die wir aus Rundfunk und Presse kennen, ist das Ergebnis einer aufwändigen und komplizierten Simulation, die auf sehr teuren und leistungsfähigen Supercomputern in nationalen und internationalen Forschungszentren durchgeführt wird. Die Wettervorhersage ist von großer Bedeutung, nicht nur für die private Wochenendplanung, sondern auch für den Luftverkehr und die Landwirtschaft. Auch bei den Frühwarnsystemen von extremen Wetterereignissen wie Hochwasser oder Orkanstürmen liefern Simulationen frühzeitig wichtige Informationen, die die Einleitung von wirksamen Schutzmaßnahmen ermöglichen.

Die große Mehrzahl der Simulationsexperimente findet jedoch nicht im Blickfeld der Öffentlichkeit statt, sondern in den Arbeitsräumen von Wissenschaftlern und Ingenieuren, wo sie zur Überprüfung von Theorien sowie zum Testen und Optimieren von Geräten und Abläufen dienen. Von Mikrochips bis zu Hochseeschiffen wird heutzutage fast jedes technologische Produkt sowohl in der Forschungs- als auch in der Entwicklungsphase mit Hilfe der Simulation ausgiebig getestet und optimiert. Die Simulation hat sich in den letzten 40 Jahren zu einem unentbehrlichen Werkzeug für die technisch-naturwissenschaftlich fortgeschrittene Gesellschaft entwickelt.

GESCHICHTE DER SIMULATION

Aus der Sicht der Informatik beginnt die Geschichte der Simulation in den vierziger Jahren des zwanzigsten Jahrhunderts. Die neuen Rechenmaschinen, die in dieser Zeit gebaut wurden, waren die ersten, die wir nach heutigem Verständnis „Computer“ nennen, weil sie frei programmiert werden konnten und über einen Speicher verfügten, dessen Inhalt veränderbar war. Diese Rechner wurden fast alle gebaut, um Simulationen durchzuführen. Einige Einsatzgebiete der Computer der 1940er und 1950er Jahre waren die Simulation von Flugkörpern, vom Wetter, von radioaktiven Stoffen, von elektrischen Schaltkreisen sowie von natürlichen Himmelskörpern und künstlichen Satelliten.

In den Anfangsjahren des Computers war eine hohe Rechenleistung nur mit Hilfe von Großrechnern zu erzielen, die in der Anschaffung Millionen kosteten und einen beträchtlichen Wartungs- und Infrastrukturaufwand mit sich brachten. Dies führte in den frühen 1950er Jahren zu den inzwischen berühmten (Fehl-)prognosen amerikanischer und europäischer Kommissionen, nach denen der weltweite Bedarf für Computer auf weniger als zwanzig Stück geschätzt wurde.

Während der 60-jährigen Geschichte des Computers wurde der Bau von immer leistungsfähigeren Supercomputern stets von den Rechen- und Speicherbedürfnissen anspruchsvoller Simulationsaufgaben angetrieben. Nicht selten entstammten diese Aufgaben dem Verteidigungssektor; auch heute stehen die größten und schnellsten Rechner der Welt in den Forschungszentren der US-Regierung, wo sie vorwiegend für militärische Simulationen eingesetzt werden.

Bis zu den achtziger Jahren standen aufwändige und öffentlichkeitswirksame Simulationsaufgaben im Vordergrund – die so genannten *Grand*

Challenges. Diese sind Aufgaben, deren Lösung nur mit Hilfe von Großrechnern möglich ist, und von denen man sich einen bedeutenden wissenschaftlichen, technischen, ökonomischen oder gesellschaftlichen Fortschritt verspricht. Sie umfassen neben der Wetter- und Klimavorhersage auch den Verbrennungsvorgang im Otto-Motor, die Strukturbestimmung komplexer Moleküle, die Umströmung von Flugzeugen und viele andere Simulationsaufgaben.

In der Zwischenzeit hat der Computer eine Vielzahl weiterer Anwendungsgebiete neben der Simulation erobert, von der privaten Textverarbeitung und Datenhaltung bis hin zum weltumspannenden Kommunikationsmedium Internet. Auf Grund der technologischen Entwicklung, die durch die enorme Nachfrage nach immer leistungsfähigeren Komponenten angetrieben war, sind heute Computer verfügbar, die für fast jedermann erschwinglich sind und die über vergleichsweise große Speicher- und Rechenkapazitäten verfügen. Damit ist die Simulation nicht mehr ein Privileg von groß angelegten wissenschaftlichen Projekten, sondern ein Werkzeug, das jedem zur Verfügung steht. Heute gehört die Simulation zu den Standardwerkzeugen des Ingenieurs; in manchen Branchen ist die Simulationstechnologie so weit gereift, dass Standardsoftware für vergleichsweise wenig Geld erhältlich ist und in der Lehre an den Hochschulen eingesetzt wird. Auch im Schulbereich gibt es heute ein reiches Angebot an Simulationssoftware, die als Unterrichtsmedium für die unterschiedlichsten Themen dient.

ANWENDUNGSBEREICHE DER SIMULATION

Die Anwendungen der computerbasierten Simulation sind vielfältig. Sie können in die folgenden fünf Bereiche eingeteilt werden:

Wissenschaft. In der Wissenschaft wird die Simulation eingesetzt, um Theorien zu entwickeln und zu verfeinern. Dies geschieht durch einen Vergleich zwischen Simulationsergebnissen und theoretischen Prognosen. Stimmen diese überein, so stärkt das das Vertrauen in die Theorie, im anderen Fall muss die Theorie verworfen werden. Hier ersetzt die Simulation das reale Experiment. Simulation ist besonders wichtig in den Fällen, in denen ein „echtes“ Experiment unmöglich ist, weil ein aktiver Eingriff in das System nicht möglich ist, wie etwa in der Astrophysik oder der Klimaforschung. In solchen Gebieten ist die Simulation oft die einzige Möglichkeit, neue Theorien zu testen. Die Simulation wird vor allem in den Natur- und Ingenieurwissenschaften eingesetzt; sie spielt aber auch eine wichtige Rolle bei den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften.

Technik. Für den Ingenieur ist die Simulation ein Entwurfs- und Optimierungswerkzeug. Mit ihrer Hilfe kann er seine Ideen für ein Produkt oder System testen, lange bevor der erste Prototyp gebaut wird. Für ihn bringt die Simulation

eine Ersparnis an Kosten und Zeit, weil dadurch teure Prototypen oder Versuchsaufbauten vermieden werden können. Bekannte Beispiele hierfür bieten die Crash-Simulationen von Automobilen und die Berechnung der Luftumströmung von Flugzeugen.

Gesellschaft. Für die Gesellschaft im Allgemeinen liegt der unmittelbare Nutzen der Simulation in den Prognosen der Ereignisse und Vorgänge, die unser Leben beeinflussen. Dies können Wettervorhersagen oder Katastrophenwarnungen sein oder Verkehrsprognosen, die eine aktive Steuerung des Verkehrsflusses ermöglichen, um Staus und Wartezeiten zu verringern.

Training. Im Bereich von Training und Ausbildung wird die Simulation eingesetzt, um die Übung am virtuellen Objekt zu ermöglichen. Die bekanntesten Beispiele hierfür sind die Flugsimulatoren, die von Fluggesellschaften in der Pilotenausbildung eingesetzt werden, aber auch verschiedene Wirtschaftssimulationen, die zur Vermittlung von Kenntnissen über Unternehmensführung und wirtschaftliches Handeln dienen.

Unterhaltung. Simulationen spielen eine zunehmende Rolle in den elektronischen Unterhaltungsmedien. Hierzu zählen vor allem die immer aufwändigeren Simulationen in Kinofilmen und natürlich auch die Computerspiele. In diesem Bereich arbeitet die Simulation eng mit der Computergraphik zusammen.

GRÜNDE FÜR DEN EINSATZ VON SIMULATION

Mit Hilfe von Simulationsmodellen und Simulationsprogrammen kann man den Computer in ein „virtuelles Labor“ verwandeln, in dem Versuche nach Belieben durchgeführt werden können. Dieses virtuelle Labor hat den Vorteil, keinen Einschränkungen zu unterliegen, keinen direkten Einfluss auf die Realität zu haben, und kaum Ressourcen zu verbrauchen. Es gibt eine Reihe von Situationen, in denen die Simulation aus diesen Gründen bevorzugt eingesetzt wird:

Kosten. Prototypen, d. h. physikalische Modelle, können sehr teuer sein. Meistens ist es billiger, Untersuchungen mit Hilfe von Simulationen, d. h. abstrakten Modellen, durchzuführen. Typische Beispiele sind Hochhäuser und Flugzeuge: Von neuen Flugzeugen werden nur sehr wenige Prototypen hergestellt; bei einem Hochhaus kommt der Bau eines Prototyps gar nicht erst in Frage. In beiden Fällen werden alle wichtigen technischen Eigenschaften wie Luftumströmung, Akustik, Vibrationsverhalten oder Wärmeverteilung mit Hilfe von Simulationsmodellen festgestellt und optimiert.

Gefahrenpotential. Bei zerstörerischen oder gefährlichen Systemen sind Experimente mit dem Simulationsmodell vorzuziehen, um Leben und Umwelt zu schützen. Ein bekanntes Beispiel hierfür bietet der Teststopp für Atomwaffen der Vereinigten Staaten, der möglich wurde, weil deren Verhalten inzwischen hinreichend genau simuliert werden kann.

Beobachtbarkeit. Manche realen Systeme sind nicht oder nur schwer beobachtbar. Dies kann an der Unzugänglichkeit der Vorgänge, z. B. im Erdinneren, oder an schwer zu überwindenden Unterschieden im Größen- oder Zeitmaßstab liegen, z. B. Vorgänge auf der subatomaren Ebene oder die Entstehung von Galaxien. Dagegen sind in einer Simulation prinzipiell alle Einflussfaktoren (in Form von Zahlenwerten im Simulationsprogramm) beobachtbar, und die Zeit lässt sich in der Simulation nach Bedarf verlangsamen oder beschleunigen.

Beeinflussbarkeit. Manche realen Systeme lassen keine Beeinflussung, und somit kein aktives Experimentieren zu, z. B. in der Astrophysik. In der Simulation dagegen kann der Wissenschaftler jeden Aspekt des untersuchten Systems durch Veränderung der entsprechenden Parameter des Simulationsprogramms nach Belieben verändern. Beispielsweise könnte er in einer Simulation einen Kometen in Erdnähe vorbeiziehen lassen, um die Auswirkungen auf die Atmosphäre und die Gezeiten zu untersuchen. Auch können in einer Simulation die Vorgänge beliebig oft wiederholt werden.

Störungsfreiheit. Bei der Optimierung bereits existierender Systeme sind Störungen zum Zwecke des Experimentierens meist unerwünscht. Ein typisches Beispiel hierfür ist die Automobilproduktion: Diese ist in hohem Maße optimiert – selbst kleine Störungen im Betrieb können für das Unternehmen sehr kostspielig sein. Jeder Änderungsvorschlag am Produktionsablauf wird also mit Hilfe einer Simulation eingehend geprüft, bevor der Produktionsprozess unterbrochen und neu eingestellt wird.

SIMULATION ALS INTERDISZIPLINÄRE TÄTIGKEIT

Die Simulation ist ihrem Wesen nach ein interdisziplinäres Fach, das sich, wie in Abbildung 1 gezeigt wird, im Überlappungsbereich zwischen der Informatik, der Angewandten Mathematik und den Anwendungsgebieten, wie beispielsweise der Physik oder dem Maschinenbau, befindet. Daher sind Arbeitsgruppen, die sich mit der Simulation beschäftigen, nicht nur in den informatischen, mathematischen, naturwissenschaftlichen oder technischen Fakultäten zu finden, sondern häufig auch in eigens erschaffenen Forschungszentren, die von mehreren solchen Fakultäten zugleich getragen werden.

Den Ausgangspunkt und die Motivation für die Simulation bilden stets die Anwendungsgebiete. Hierzu zählen in erster Linie Naturwissenschaften, Ingenieurwesen sowie Sozial- und Wirtschaftswissenschaften. Hier sind die Vorgänge zu finden, die es mit Hilfe der Simulation zu untersuchen gilt. Es ist die Aufgabe der Anwendungswissenschaften, diese Vorgänge zu untersuchen und ihr Verhalten in Form abstrakter Modelle zu beschreiben.

Diese abstrakten Modelle sind fast immer mathematischer Art, oder sie werden mit

Methoden der Mathematik untersucht. Aufgaben aus den Naturwissenschaften, dem Maschinenbau oder der Werkstofftechnik führen beispielsweise oft zu Differentialgleichungen, während Aufgaben aus Fertigung, Logistik und Informatik durch diskrete, stochastische Rechenmodelle beschrieben werden. In allen Fällen ist man auf Erkenntnisse und Techniken der Angewandten Mathematik angewiesen, um diese Modelle zu verstehen, zu sichern und um für sie geeignete Simulations- und Optimierungsverfahren zu entwickeln.

Der Informatiker schließlich fällt die Aufgabe zu, aus den mathematischen Rechenmodellen Simulationsverfahren zu entwickeln und Software-Werkzeuge bereitzustellen, mit denen die Modelle eingegeben und analysiert und schließlich die Ergebnisse aufgearbeitet und visualisiert werden können. Diese Werkzeuge sollen natürlich eine komfortable Bedienung erlauben und möglichst effizient rechnen. Dies kann nur dann erreicht werden, wenn der Informatiker auch mit den mathematischen Grundlagen und der wissenschaftlichen oder technischen Grundproblematik vertraut ist.

Simulation ist also eine interdisziplinäre Tätigkeit. Von allen Teilgebieten der Informatik verlangt und ermöglicht sie die engste und umfassendste Zusammenarbeit mit anderen technischen und wissenschaftlichen Fächern. Dies erfordert in der Praxis die Fähigkeit und die Bereitschaft, sich mit Vertretern anderer Fachgebiete auseinanderzusetzen, ihre Fachsprache zu beherrschen und ihre Aufgaben zu verstehen.

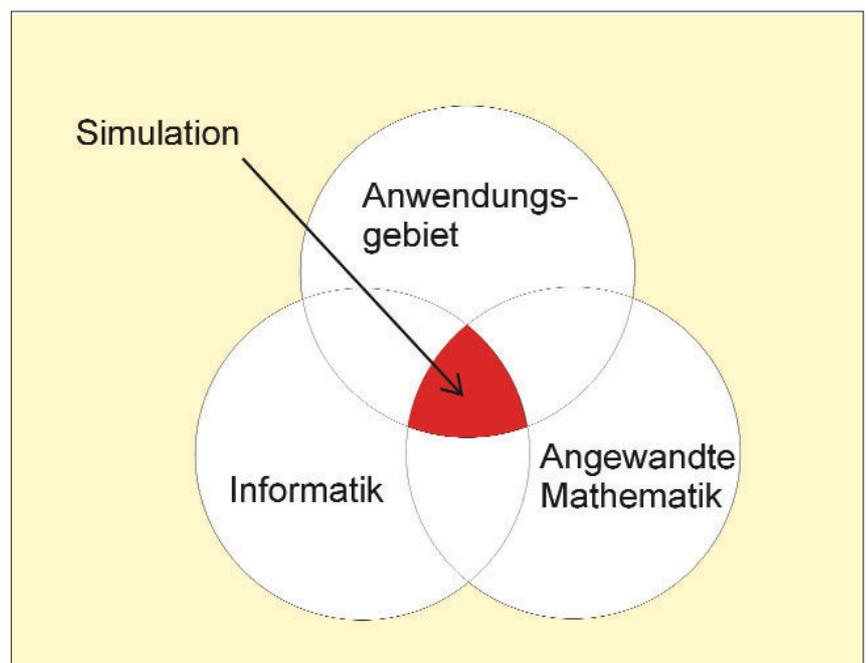


Abbildung 1
Simulation im Überlappungsbereich von Anwendungsgebiet, Angewandter Mathematik und Informatik

	a	b	c	d	e	f
a	1	23	26	58	4	2
b	16	1	0	0	51	0
c	31	0	4	0	73	0
d	36	0	2	7	76	0
e	123	2	23	118	63	14
f	31	0	0	2	38	17

	a	b	c	d	e	f
a	0.001	0.021	0.023	0.052	0.004	0.002
b	0.081	0.005	0.000	0.000	0.259	0.000
c	0.092	0.000	0.012	0.000	0.217	0.000
d	0.056	0.000	0.003	0.011	0.119	0.000
e	0.070	0.001	0.013	0.068	0.036	0.008
f	0.083	0.000	0.000	0.005	0.102	0.046

Abbildung 2
Tabellen mit absoluten und
relativen Häufigkeiten von
Buchstabenpaaren

behilflich zu sein. Diese Sichtweise wirkt sich natürlich auf Forschung und Lehre aus.

MARKOVKETTEN – EIN BEISPIEL FÜR EINE SIMULATIONS-AUFGABE *Markovketten*

Um die Wende zum 20. Jahrhundert fiel dem russischen Mathematiker Andrej Andrejewitsch Markov beim Lesen von Alexander Puschkins Gedicht *Eugene Onegin* auf, dass gewisse Buchstabenpaare häufiger auftraten als andere. Diese Eigenschaft kennen wir aus der deutschen Sprache auch: Buchstabenpaare wie *ch* (*Schach*) oder *en* (*rennen*) sind in einem deutschsprachigen

Text wesentlich häufiger zu finden als etwa *by* (*Baby*) oder *xi* (*maximal*). Manche Kombinationen von Buchstaben (beispielsweise *uu* oder *qx*) kommen selten oder nie vor.

Markov zählte alle Buchstabenpaare in den ersten Strophen des Gedichts und trug die Ergebnisse in eine Tabelle ein.

Anschließend teilte er alle Tabelleneinträge durch die entsprechende Zeilensumme. Diese Tabelle enthielt nun eine statistische Charakterisierung des zugrunde liegenden Texts. Sie enthält für jeden Buchstaben im Text die Wahrscheinlichkeit für jeden möglichen Nachfolgerbuchstaben. Zufallsbehaftete Objekte werden in der Fachsprache der Mathematik *stochastisch* genannt, und eine Tabelle dieser Art heißt *stochastische Matrix*.

Abbildung 2 zeigt die Einträge in der oberen linken Ecke dieser Tabelle für die Buchstaben *a* bis *f*. Dazu wurden vorher im Text alle Groß- in Kleinbuchstaben verwandelt und alle Satz- und Sonderzeichen bis auf das Leerzeichen entfernt. Die Tabelle wurde auf der Basis der ersten 35 Strophen (ungefähr 430 Zeilen) der englischen Übersetzung des Gedichts erzeugt. Die Tabelle zeigt beispielsweise, dass die Buchstabenpaare *ab* und *ac* 23 bzw. 26 Mal auftreten, was einer relativen Häufigkeit von 0.021 bzw. 0.023 entspricht. Dagegen sind die Buchstabenfolgen *bc* und *bd* im Text nicht enthalten.

Diese Art von statistischer Analyse wird heute verwendet, um die Authentizität von Dokumenten zu überprüfen. Die Wahrscheinlichkeiten von Buchstabenpaaren in Texten, die von einem bestimmten Autor stammen, werden mit den Wahrscheinlichkeiten von Buchstabenpaaren in Texten unbekannter oder umstrittener Herkunft verglichen. Liegen die Wahrscheinlichkeitswerte weit auseinander, so ist zu bezweifeln, dass der Autor in beiden Fällen derselbe ist.

Markov erkannte, dass er mit dieser Tabelle nicht nur einen statischen, bereits existierenden Text, sondern auch einen dynamischen Vorgang beschreiben konnte. Dazu wählt man zunächst einen beliebigen Anfangsbuchstaben, zum Beispiel *a*. Dann wählt man zufällig einen Nachfolgebuchstaben gemäß der Wahrscheinlichkeiten der entsprechenden Tabellenzeile; in unserem Beispiel würde man mit der Wahrscheinlichkeit 0.001 das *a*, mit Wahrscheinlichkeit 0.021 das *b*, usw. wählen. Ausgehend von dem dadurch erzeugten, neuen Buchstaben können wir diesen Vorgang beliebig oft wiederholen. Dies lässt sich natürlich mit dem Computer sehr einfach und schnell bewerkstelligen. Das Ergebnis ist eine zufällige Sequenz von Buchstaben (also ein „Text“), die zwar keinen Sinn ergibt, aber auf gewisse Weise statistisch identisch ist mit dem Original. Abbildung 3 zeigt die ersten sechs Zeilen des vorverarbeiteten Gedichts *Eugene Onegin*, zusammen mit einem ungefähr gleich langen künstlichen Text, der durch diesen zufallsbehafteten Prozess entstanden ist.

Wir können nun eine allgemeine Klasse von Vorgängen erkennen, die definiert ist durch eine Menge möglicher Zustände und eine Angabe der Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen diesen Zuständen. Der Vorgang besteht in einem wiederholten Springen von einem Zustand zum anderen, wobei die Wahl des nächsten Zustands immer zufällig ist. Wiederholte Beobachtungen des Vorgangs führen auf Grund des Zufallsfaktors zu unterschiedlichen Ergebnissen. Solche Vorgänge werden im allgemeinen als *stochastische Prozesse* bezeichnet, und sie spielen eine sehr wichtige Rolle in Naturwissenschaft, Technik und Ökonomie, weil sie eine Vielzahl der dort vorkommenden

my uncle a most worthy gentleman when he fell seriously ill constrained everyone to respect him couldnt have done better if he tried his behaviour was a lesson to us all but god above what crushing boredom ...
abomy in tyoworeadshe ieablllothinear tim s wifon cow ondowand abules ture in sethioriffour sshincore buspid re tome ifo und ry ien antha winglysth f nd the a ncik othted f fle ttoulead thapagousud conginshe r che i arer avelveg ornot tourig

Abbildung 3
Anfang des Originaltextes
aus Eugene Onegin und
ein mit der Markovkette
erzeugter, statistisch äquiva-
lenter Text

Abläufe beschreiben. Markov hat die Erkenntnisse aus seinen Textanalysen vor genau 100 Jahren veröffentlicht; ihm zu Ehren werden die durch ihn erstmalig beschriebenen stochastischen Prozesse *Markovketten* genannt.

Anwendungen von Markovketten

Markovketten sind eines der wichtigsten Konzepte bei der Simulation zufallsbehafteter Vorgänge. Sie treten in vielen Bereichen von Naturwissenschaft und Technik auf, z. B.

Biologie: Die Ausbreitung von Arten und ihre Wechselwirkungen.

Physik: Die Bewegung von Staubteilchen in der Luft (Brownsche Bewegung).

Chemie: Die Sequenzberechnung in DNS-Molekülen.

Informatik: Die Analyse von Computer-Netzwerken und Spracheingaben.

Ökonomie: Die Dynamik von Börsenkursen und Branchenindizes.

Logistik und Verkehr: Die Analyse von Warteschlangen und Verkehrsnetzwerken.

Qualitäts- und Sicherheitstechnik: Die Verfügbarkeit und Sicherheit von technischen Systemen.

Soziologie: Die Beschreibung von sozialen Netzwerken und sozialem Verhalten.

Viele zufallsbehaftete Vorgänge können unmittelbar als Markovkette modelliert werden; es können aber auch viele allgemeinere stochastische Prozesse durch Transformation in eine Markovkette dargestellt werden. Das Verhalten eines Systems kann dann simuliert werden, indem das Verhalten seiner Markovkette berechnet wird. Es ist also von größter Wichtigkeit, Methoden und Werkzeuge zu besitzen, mit deren Hilfe Markovketten schnell und anwendungsfreundlich aufgestellt und berechnet werden können.

Ein einfaches Beispiel für eine Markovkette

Wir betrachten als einfaches Beispiel eine Markovkette, die die Warteschlange an einer Kasse beschreibt. Wir nehmen an, dass sowohl die Zeitdauer zwischen den Ankünften in der Warteschlange als auch die Bedienzeiten an der Kasse zufällig sind. Durch Beobachtungen können wir die Wahrscheinlichkeiten dafür ermitteln, dass innerhalb eines bestimmten kurzen Zeitintervalls eine Person die Warteschlange betritt (*b*) bzw. die Kasse verlässt (*v*). Daraus ergeben sich automatisch auch die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass sich der Systemzustand (d. h. die Warteschlangenlänge) innerhalb des Zeitintervalls nicht ändert. Unter der vereinfachenden Annahme, dass die Warteschlange maximal drei Personen enthalten kann, erhalten wir als Simulationsmodell die Markovkette, die in Abbildung 4 dargestellt ist. Die Zustände 0, 1, 2 und 3, die die entsprechenden Warteschlangenlängen darstellen, sind durch Kreise und die Übergänge dazwischen durch Pfeile mit Angabe der jeweiligen Übergangswahrscheinlichkeit dargestellt.

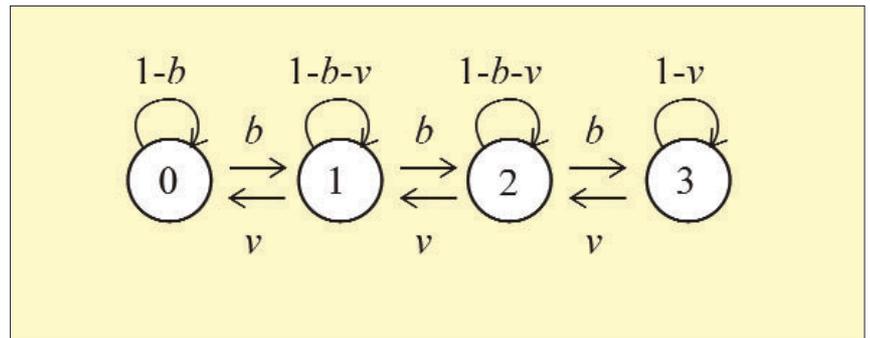


Abbildung 4
Beispiel-Markovkette einer Warteschlange

Nun besteht die Simulationsaufgabe darin, zu jedem Zeitintervall die Wahrscheinlichkeit für jeden Systemzustand, d. h. Warteschlangenlänge, zu berechnen. Dies wird *transiente Analyse* genannt. Diese Wahrscheinlichkeiten sind zwar zunächst veränderlich, aber nach einer genügend langen Zeit tritt das System in einen Zustand ein, der sich nicht mehr ändert. Die Berechnung der Wahrscheinlichkeiten für diesen unveränder-

Zeitintervall	Wahrscheinlichkeiten			
6	0.619	0.293	0.076	0.012
5	0.657	0.277	0.059	0.007
4	0.701	0.253	0.042	0.003
3	0.755	0.219	0.025	0.001
2	0.820	0.170	0.010	0.000
1	0.900	0.100	0.000	0.000
0	1.000	0.000	0.000	0.000

Abbildung 5
Lösungswahrscheinlichkeiten der Beispiel-Markovkette

lichen Zustand wird *stationäre Analyse* genannt. Aus diesen transienten bzw. stationären Wahrscheinlichkeiten können die für den Ingenieur interessanten Größen berechnet werden, wie z. B. die Wahrscheinlichkeit, dass zu einem bestimmten Zeitpunkt die Warteschlange leer ist, oder dass sie im eingeschwungenen Zustand mehr als zwei Personen enthält.

Abbildung 5 zeigt die Wahrscheinlichkeiten für die unterschiedlichen Warteschlangenlängen nach den ersten sechs Zeitintervallen. Hier wurde eine Ankunfts- bzw. Abgangswahrscheinlichkeit innerhalb eines Intervalls von jeweils 0.1 angenommen. Zu Beginn der Simulation zum Zeitintervall 0 ist die Warteschlange leer, d. h. die Wahrscheinlichkeit für den Zustand 0 beträgt 1 und für alle anderen Zustände 0. Mit

zunehmender Zahl von Zeitintervallen streben alle Wahrscheinlichkeiten gegen den Wert von 0.25, d. h. jede der vier möglichen Warteschlangenlängen ist dann gleich wahrscheinlich.

Solche Untersuchungen an Warteschlangen und Systemen von Warteschlangen werden beispielsweise benutzt, um Verkehrssysteme auszuliegen, Computernetzwerke zu entwerfen und Fertigungsabläufe zu optimieren. Die Markovketten, die dabei entstehen, sind natürlich wesentlich größer und komplizierter als in diesem kleinen Beispiel. Effiziente Lösungsverfahren hierfür zu entwickeln ist eine wichtige Herausforderung für Mathematik und Informatik.

FORSCHUNG UND LEHRE

AM LEHRSTUHL FÜR SIMULATION

Allgemeine Forschungsrichtung

Kern der aktuellen Forschungsarbeit am Lehrstuhl für Simulation ist die Entwicklung effizienter Simulationsalgorithmen für diskrete, stochastische Modelle. Für einfachere Probleme dieser Art ist der Stand der Technik schon weit entwickelt, und es existieren dafür komfortable und leistungsfähige Simulationswerkzeuge. Für anspruchsvolle Probleme dagegen sind viele Fragen noch offen; für manche Klassen von Problemen existieren nur sehr unbefriedigende Lösungsansätze, die entweder zu kompliziert im Aufbau oder zu aufwändig in der Lösung sind.

Der Lehrstuhl für Simulation verfolgt zur Zeit zwei Forschungsansätze:

1. *Wie können allgemein strukturierte stochastische Modelle möglichst einfach und effizient in Markovketten transformiert werden?* Der einzige bisherige Ansatz hierzu führt zu sehr komplizierten mathematischen Modellen, die jenseits der üblichen Kenntnisse eines Ingenieurs oder Informatikers liegen und aus denen sich schwer ein brauchbares Lösungsverfahren ableiten lässt. Hier wurde in der Arbeitsgruppe für Simulation ein neuer, sehr einfacher Ansatz entwickelt, der nach der ihm zugrunde liegenden Recheneinheit *Proxel-Methode* genannt wird. Diese Methode lässt sich ohne weiteres in einer neunzigminütigen Hauptstudiumsvorlesung erklären und ermöglicht innovative und vielversprechende Lösungswege.
2. *Wie können Markovketten möglichst effizient simuliert werden?* Hier gilt es, besonders für die stationäre Analyse, ein effizientes und robustes Verfahren zu entwickeln, das eine möglichst breite Klasse von Markovketten lösen kann. Ein Vorschlag hierfür aus der Arbeitsgruppe – die so genannte *Multi-Level-Methode* – wird im folgenden Abschnitt präsentiert.

Forschungsbeispiel:

Multi-Level-Simulation von Markovketten

Betrachten wir noch einmal die Markovkette in Abbildung 4, die die unterschiedlichen Längen einer Warteschlange mit den wahrschein-

lichkeitsbehafteten Ankünften und Abgängen darstellt. Die Lösung dieser Markovkette sind die Wahrscheinlichkeiten für die unterschiedlichen Zustände nach jedem Zeitintervall. Wir betrachten den Fall, dass unendlich viel Zeit verstrichen ist und die Wahrscheinlichkeiten für die unterschiedlichen Warteschlangenlängen sich nicht mehr ändern. Die Simulationsaufgabe besteht nun darin, diese Wahrscheinlichkeiten für alle Zustände zu berechnen.

Fast alle Verfahren zur Lösung dieses Aufgabentyps sind *Iterationsverfahren*, d. h. sie beginnen mit einer Approximation für die Lösung (die beliebig ungenau sein darf) und versuchen dann, diese Approximation schrittweise (*iterativ*) zu verbessern. Das Verfahren endet, wenn der Restfehler in der Approximation genügend klein geworden ist. Alle gängigen Iterationsverfahren haben die Eigenschaft, dass sie eine Anzahl von Iterationen benötigen, die mit der Problemgröße wächst. Erhöht man im Beispielmodell die maximale Warteschlangenlänge von drei auf eine beliebig große Zahl n , so wächst die Anzahl der Recheniterationen des Gauß-Seidel-Verfahrens, das als Standardmethode nahezu überall eingesetzt wird, wie folgt:

Maximale Warteschlangenlänge n	10	100	1 000	10 000
Anzahl Iterationen des Gauß-Seidel-Verfahrens	88	3 258	7 411	13 776

Die Zunahme der Iterationszahl bei steigender Anzahl von Zuständen ist darauf zurückzuführen, dass das Lösungsverfahren den Fehler in der Approximation immer langsamer abbaut. In diesem Beispiel ist das Wachstum der Iterationszahl nicht einmal besonders schnell; bei anderen, komplizierteren Markovketten kann es viel dramatischer ausfallen. Die Erhöhung der Anzahl der Iterationen schlägt doppelt zu Buche, da der Rechenaufwand für jeden einzelnen Iterationsschritt schon mit der Zustandszahl wächst. Im Idealfall würde ein Iterationsverfahren eine Anzahl von Iterationen benötigen, die weder von der Größe der Markovkette noch von dem Wert irgend eines anderen Parameters abhängt. Solche Verfahren heißen *robust*, da ihre Fähigkeit, den Fehler zu reduzieren, durch Änderungen der Problemstellung nicht beeinträchtigt wird.

Ein neues, vom Autor entwickeltes Lösungsverfahren, das so genannte *Multi-Level-(Mehr-Ebenen-)*Verfahren, erfüllt nach bisherigen Erkenntnissen diese Forderung nach Robustheit. Für die Beispiel-Markovkette benötigt das Multi-Level-Verfahren nur vier Iterationen zur Berechnung aller Zustandswahrscheinlichkeiten, und zwar unabhängig von dem Wert von n .

Der Effizienzvorteil steigt also mit wachsender Aufgabengröße; für den Fall $n=10\,000$ ist dieser Vorteil schon größer als der Faktor 6 000. Obwohl eine Einzeliteration des Multi-Level-Verfahrens mehr Rechenoperationen verbraucht, als eine der Gauß-Seidel-Methode, bleibt dennoch ein beträchtlicher Effizienzgewinn übrig.

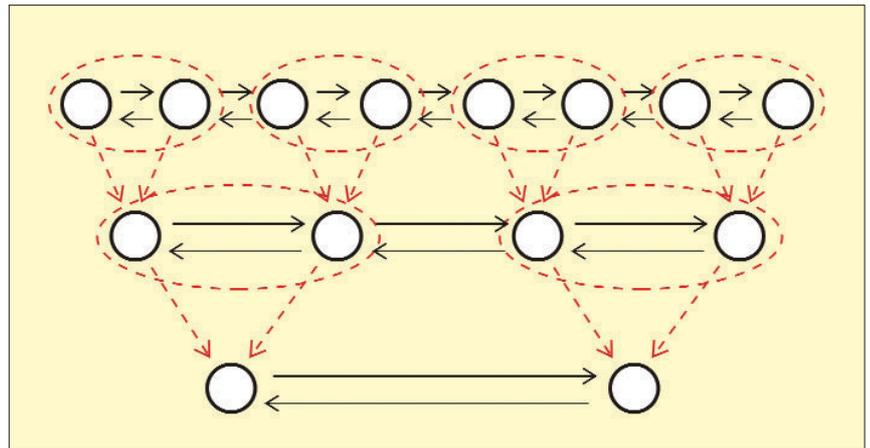
Das Multi-Level-Verfahren basiert auf einer Ergänzung der ursprünglichen Markovkette um eine Reihe weiterer, immer kleiner werdender Markovketten, wobei sich jede neue Markovkette aus der Zusammenlegung (Aggregation) der Zustände ihres Vorgängers ergibt. Durch eine entsprechende Berechnung der Wahrscheinlichkeiten für ihre Zustandsübergänge kann gewährleistet werden, dass diese zusätzlichen, „gröberen“ Markovketten das Original auf eine genau definierte Art und Weise approximieren. Abbildung 6 zeigt die Beispielkette für die Warteschlange mit acht Zuständen, sowie gröbere Ketten mit vier und zwei Zuständen, die aus ihr abgeleitet wurden.

Das Multi-Level-Verfahren verwendet Berechnungen, die geeignet sind, den verbleibenden Fehler auf allen Ebenen gleichzeitig zu reduzieren. Die Verbesserungen, die auf einer Ebene erzielt werden, werden dann auf die benachbarten Ebenen (d. h. die nächstgrößere und die nächstfeinere Ebene) übertragen. Auf diese Weise wird der Fehler insgesamt um ein Vielfaches schneller reduziert als mit einer Berechnung, die lediglich auf der Originalebene durchgeführt wird. Diese Beschleunigung tritt ein, weil Wahrscheinlichkeitswerte auf den gröberen Ebenen wesentlich schneller verteilt und Flaschenhalse in der Originalkette, die durch sehr kleine Übergangswahrscheinlichkeiten entstehen, auf den gröberen Ebenen „herausgerechnet“ werden können.

Markovketten, die für die Praxis relevant sind, haben natürlich eine weitaus kompliziertere Struktur als die in unserem Beispiel. Sie sind auch viel größer: Ketten mit Millionen von Zuständen sind hier keine Seltenheit. Solche Aufgaben sind entsprechend aufwändig in der Lösung – die üblichen Verfahren benötigen oft Hunderttausende von Iterationen und somit viele Stunden Rechenzeit. Das neue Multi-Level-Verfahren benötigt im Vergleich dazu oft nur wenige Iterationen, um die selbe Lösungsgenauigkeit zu erzielen. Entsprechend wird die Rechenzeit auf einen Bruchteil reduziert. Beschleunigungsfaktoren von dieser Größenordnung erlauben es dem Ingenieur oder Wissenschaftler, eine neue Dimension von Aufgaben in vertretbarer Zeit zu lösen.

Lehre

Das Lehrangebot des Lehrstuhls basiert auf dem Prinzip der Anwendbarkeit der Inhalte und des Nutzens für die Studierenden. So folgen auf



die Einführungsveranstaltung *Introduction to Simulation* ein praktisch angelegtes Simulationsprojekt und eine vertiefende Vorlesung mit stärkerem theoretischen Inhalt. Diese Lehrveranstaltungen sind, zusammen mit Betriebs- und Laborpraktikum, aufeinander abgestimmt, um den Studierenden ein Studienkonzept anzubieten, das über mehrere Semester aufgebaut werden kann. Ziele dieses Lehrangebots sind, den Studierenden die theoretischen Grundlagen, die für das praktische Arbeiten in der Simulation benötigt werden, zu vermitteln, ihnen praktische Erfahrung in der Anwendung der Simulation zu ermöglichen, und sie an die aktuellen Forschungsthemen des Lehrstuhls heranzuführen.

Der Lehrstuhl für Simulation unterhält Kontakte zu Industriepartnern, die die Simulation als Werkzeug einsetzen. Auf diese Weise ist es möglich, jedes Semester entsprechend motivierten Studenten interessante und anspruchsvolle Betriebspraktika, unter anderem auch in Forschungszentren der Industrie, anzubieten. Aus diesen lassen sich im Anschluss Themen für Praktika und Diplomarbeiten am Lehrstuhl entwickeln.

Alle fachlichen Lehrinhalte werden in regelmäßigen Abständen mit den Industriepartnern des Lehrstuhls abgestimmt, um Anwendungsbezug und Nutzen für die Studierenden zu gewährleisten. Aus den Projekten der Industriepartner kommen auch wichtige Impulse für Inhalt und Stil der Lehrveranstaltungen. So werden in den Lehrveranstaltungen Praxisbeispiele aus der Industrie behandelt, z. B. die Simulation des Fahrwerks eines Mercedes T-Modells oder einer Fertigungslinie bei BMW. Danach können die Studierenden während ihres Betriebspraktikums ihre Kenntnisse aus den Lehrveranstaltungen in einem Industrieprojekt direkt umsetzen.

Das Simulationsprojekt, das regelmäßig im Sommersemester angeboten wird, dient gleich mehreren Zielen. Hier arbeiten Studenten in Teams zusammen, um eine Simulationsstudie durchzuführen, wie sie in der Industrie vor-

Abbildung 6
Ableitung gröberer Ebenen
einer Markovkette

kommt. Viele Elemente der Berufspraxis spielen hier eine wichtige Rolle: Projektplanung, meilensteinorientiertes Arbeiten, Verantwortungsübernahme und Delegieren, Diskussionsführung, sowie regelmäßige Berichterstattung und Präsentationen. Das Projekt wurde in Zusammenarbeit mit verschiedenen Industriepartnern entwickelt und gilt bei ihnen als nützliche Vorbereitung für das Betriebspraktikum und den Beruf.

Neben der fachlichen Ausbildung in der Simulation und der Informatik wird großer Wert auf die Vermittlung von persönlichen und professionellen Fähigkeiten gelegt, da der Erfolg im Beruf und im Privatleben zum großen Teil durch nichtakademische Faktoren bestimmt wird. In der Lehrveranstaltung VIPKARTE (Visualisierung für Präsentation, Kreativität und Arbeitstechnik) wird beispielsweise eine Vielzahl praktischer Techniken vorgestellt, die im Studium, im Beruf oder auch im privaten Bereich angewandt werden können. Diese

umfassen u. a. Gedächtnistechniken und Studierhilfen, schnelles und effektives Notieren, Analyse und Lösung von Problemen, Kreativitätstechniken und die Strukturierung, Vorbereitung und Durchführung von Präsentationen.

Während der Sommerferien wird das zweiwöchige Seminar „Personal and Professional Development“ durchgeführt. Inhalt dieses Seminars sind verschiedene Themen der persönlichen und beruflichen Entwicklung wie Teamarbeit, Kommunikation, Menschenkenntnis und Zielfindung. Das Ferienseminar wird in Seminarhäusern in Südeuropa durchgeführt, um optimale Rahmenbedingungen für das Lernen zu schaffen.

Mit diesem Lehrkonzept ist es möglich, im fachlichen Bereich Theorie und Anwendung zu vereinen und Forschung und Industrieprojekte zu integrieren und gleichzeitig im individuellen Bereich die persönliche und berufliche Entwicklung der Studierenden zu fördern.



Prof. Dr. Graham Horton,

schloss 1989 sein Informatikstudium an der Universität Erlangen-Nürnberg mit einem sehr guten Diplom ab. Ebenfalls an der Universität Erlangen-Nürnberg promovierte er 1991 mit Auszeichnung zum Dr.-Ing. Thema der Dissertation: „Eine neue Simulationstrategie für Strömungsprobleme auf

Parallelrechnern“. Von 1992-1996 war er u. a. Visiting Scientist im NASA Langley Research Center, USA, 1996 lehrte und forschte er als Visiting Professor an der University of Denver, USA. Die Habilitation erfolgte 1998 an der Universität Erlangen-Nürnberg zum Thema „Hybride Modellierung mit Petri-Netzen und schnelle Lösung von Markov-Ketten“. 1998 erhielt Graham Horton den Habilitationspreis der Technischen Fakultät der Universität Erlangen-Nürnberg. Seit April 2002 hat der Wissenschaftler den Lehrstuhl für Simulation und Modellbildung an der Fakultät für Informatik der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg inne. Im Oktober 2002 wurde der Autor mit dem „Best Paper Award“ der Society for Computer Simulation ausgezeichnet.